УДК 658.7

Куруджи Ю.В.
ассистент кафедры менеджмента, маркетинга и логистики Одесского национального морского университета

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНОВ ЗАКУПКИ И ДОСТАВКИ ТОВАРА В ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СЕТИ ПРИ СЛУЧАЙНОМ СПРОСЕ

OPTIMIZATION OF PURCHASE AND TRANSPORTATION PLANS IN LOGISTIC CHAIN UNDER RANDOM DEMAND

АННОТАЦИЯ

В статье предложена модель оптимизации планов закупки товара оптовой фирмой и доставки его в пункты розничной торговли. Модель описывает координацию участников логистической сети с целью достижения суммарной максимальной прибыли. Для совместного планирования действий обоих уровней используется модификация классической динамической модели оптимального управления запасами Вагнера-Уайтина. Спрос в пунктах назначения предполагается случайным с заданными распределениями вероятностей. Модель является динамической и позволяет определять оптимальную политику предприятий по доставке товара на некотором заданном горизонте планирования.

Ключевые слова: логистическая сеть, совместная оптимизация планов закупки и доставки, стохастическая оптимизация, случайный спрос, максимум прибыли.

АНОТАЦІЯ

У статті запропоновано модель оптимізації планів закупівлі товару оптовою фірмою і доставки його в пункти роздрібної торгівлі. Модель описує координацію учасників логістичної мережі з метою досягнення сумарного максимального прибутку. Для спільного планування дій обох рівнів використовується модифікація класичної динамічної моделі оптимального управління запасами Вагнера-Уайтіна. Попит в пунктах призначення передбачається випадковим із заданими розподілами ймовірностей. Модель є динамічною і дає змогу визначати оптимальну політику підприємств з доставки товару на деякому заданому горизонті планування.

Ключові слова: логістична мережа, спільна оптимізація планів закупівлі та доставки, стохастична оптимізація, випадковий попит, максимум прибутку.

ANNOTATION

In the article an optimization model for joint planning of purchase and transportation plans is built and analyzed in the logistics chain. The model describes the coordination among wholesale company and retail outlets with the aim to maximize the total profit. An offer model is realization of classical dynamic model of optimal Wagner-Whitin inventory control. The random fluctuation of demand at destinations was taken into account. The proposed stochastic optimization model is dynamic and optimizes the operation of the logistics chain over some known planning horizon.

Keywords: logistics chain, joint optimization of purchase and transportation plans, stochastic optimization, random demand, maximum profit.

Постановка проблемы. Для достижения стабильной конкурентной позиции на рынке предприятиям необходимо координировать свои действия с другими участниками логистических сетей, а именно с производителями продукции, логистическими посредниками, конечными потребителями. Для организации взаимодействия между звеньями в цепях поставок в настоящее время широко используются методы теории управления запасами и теории оптимизации, которые являются одними из самых распространенных и хорошо изученных областей исследования операций [1].

Проблема управления запасами актуальна для всех звеньев цепи поставок. Оптимизация запасов важна как для производственных предприятий, так и для оптовых фирм и пунктов розничной торговли. Эффективное управление запасами позволяет удовлетворять ожидания потребителей, создавая такие запасы комплектующих и продукции, которые максимизируют чистую прибыль.

Анализ последних исследований и публикаций. Проблеме проектирования и оптимального управления цепями поставок посвящено значительное количество работ. Моделированием различных логистических систем занимались такие ученые, как Ж. Брамель, Д. Симчи-Леви, Т. Хут, Д. Мэтфилд, Г.Л. Бродецкий, В.И. Сергеев, Н.И. Чухрай, Е.В. Крикавский [1-5]. Значительный вклад в исследование этой проблемы при использовании экономико-математического моделирования внесли М.Я. Постан, И.В. Морозова, С.Н. Дашковский [6-10]. Оптимизационные модели, разработанные в исследованиях [6-7, 11], предполагают, что спрос на продукцию является известной и постоянной величиной, или описывают взаимодействие различных элементов цепи поставок без учета изменения параметров во времени, то есть являются статическими. Однако на практике такие случаи встречаются довольно редко, чаще всего спрос носит неопределенный характер, что значительно усложняет его оценку. Неопределенность спроса заменяют на некоторую вероятностную оценку, задаваемую, например, плотностью распределения [8-10, 12]. Часть цитированных выше работ [8-10] описывает динамические модели, позволяющие определять оптимальную политику предприятий по производству и доставке товара на некотором заданном промежутке времени.

Логистический подход к управлению цепями поставок предполагает объединение отдельных звеньев в единую систему управления и создание единого центра принятия решений [13]. Это приводит к постановке новых задач и необходимости разработки моделей оптимизации, представляющих собой синтез задач транспортного типа и задач управления запасами.

Цель статьи заключается в построении и анализе динамической двухуровневой модели оптимизации плана закупки фирмой-оптовиком товара и его распределения между пунктами розничной торговли. Для такого совместного планирования действий обоих уровней можно воспользоваться одной из модификаций классической динамической модели Вагнера-Уайтина оптимального управления запасами [1]. Указанная модификация касается учета двух следующих моментов, существенных с точки зрения логистических приложений:

1) учета, кроме закупки товара фирмой-оптовиком у поставщиков в каждый период заданного горизонта планирования, доставки товара в пункты конечного потребления (или розничной торговли);

2) учета случайных колебаний спроса в пунктах розничной торговли на горизонте планирования.

Изложение основного материала исследования. Сформулируем динамическую модель оптимизации закупки и доставки товара со склада фирмы-оптовика в пункты розничной торговли.

Пусть оптовая фирма в периоде t планирует закупить у поставщиков товар в количестве x_t каждый ($t = 1,2,\ldots,T$). Товар хранится на складе вместимостью E. В этом же периоде товар должен быть доставлен в пункты розничной торговли D_1, D_2, …, D_N в количествах y_{nt}, $n = 1,2,\ldots,N$. Предположим, что спрос на товар в периоде t в пункте D_n равен d_{nt}, причем величины d_{nt} образуют последовательность независимых в совокупности случайных величин с функциями распределения $B_n(x) = \mathbf{P}\{d_{nt} \le x\}$, $t = 1,2,\ldots,T$. Также будем считать, что вместимости складов в пунктах розничной торговли D_n достаточно велики. Схема распределения товара в периоде t представлена на рис. 1.

Введем следующие обозначения:

c_t – закупочная цена товара в периоде t, включающая в себя расходы на доставку товара на склад оптовой фирмы от поставщиков;

r_{nt} – стоимость транспортировки единицы товара в пункт розничной торговли D_n в периоде t;

s_t – стоимость хранения единицы товара на складе фирмы в периоде t;

s_{nt} – стоимость хранения единицы товара на складе пункта D_n в периоде t;

p_{nt} – закупочная цена товара в пункте D_n в периоде t;

q – начальный уровень запаса товара на складе фирмы-оптовика;

q_n – начальный уровень запаса товара на складе пункта розничной торговли D_n.

Определим уровень запаса товара на складе оптовой фирмы в периоде $t (I_t)$. Очевидно, что для каждого из периодов справедливы следующие уравнения баланса запасов:

$I_0 = q$ – для $t = 0$ (начальный уровень запаса);

$$I_1 = I_0 + x_1 - \sum_{n=1}^{N} y_{n1} = q + x_1 - \sum_{n=1}^{N} y_{n1}$$ (для 1-го периода);

$$I_2 = I_1 + x_2 - \sum_{n=1}^{N} y_{n2} = q + x_1 + x_2 - \sum_{n=1}^{N} y_{n1} - \sum_{n=1}^{N} y_{n2}$$ (для 2-го периода);

$$I_T = I_{T-1} + x_m - \sum_{n=1}^{N} y_{nT} = q + \sum_{t=1}^{T} x_t - \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N} y_{nt}$$ (для периода T).

Таким образом, в периоде t уровень запасов на складе фирмы-оптовика составит:

$$I_t = q + \sum_{j=1}^{t} x_j - \sum_{j=1}^{t}\sum_{n=1}^{N} y_{nt} \,. \qquad (1)$$

Хотя за первые j периодов фирма может закупить любое количество товаров, все же она не может хранить на складе больше, чем позволяет свободная емкость, то есть должно соблю-

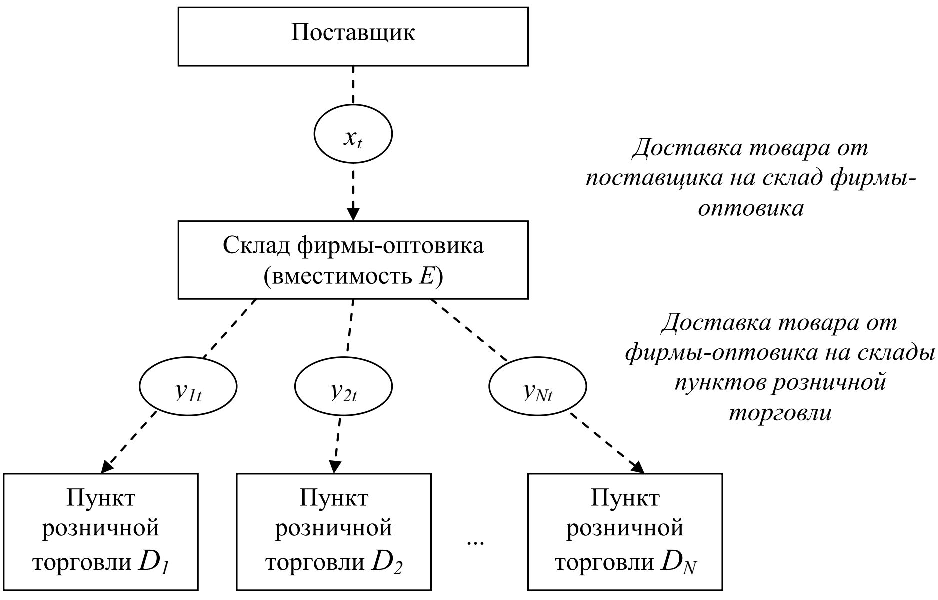

Рис. 1. Распределение товара в периоде t

даться условие $I_t \le E$. Это условие с учетом (1) примет такой вид:

$$\sum_{j=1}^{t} x_j - \sum_{j=1}^{t}\sum_{n=1}^{N} y_{nt} \le E - q,\ t = 1,2,\ldots,T. \qquad (2)$$

Продажа товаров в пункты розничной торговли должна производиться за счет запасов, имеющихся в наличии на складе к началу каждого периода, поэтому сбыт товара каждого вида в первых j периодах не может превышать величины $q + \sum_{j=1}^{i} x_j$, то есть:

$$-\sum_{j=1}^{t-1} x_j + \sum_{j=1}^{t}\sum_{n=1}^{N} y_{nt} \le q,\ t = 1,2,\ldots,T. \qquad (3)$$

Найдем уровень запаса товаров на складе пункта D_n в конце каждого периода $t(I_{nt})$:

$I_{n0} = q_n$ – начальный уровень запаса товара в пункте D_n;

$I_{n1} = q_n + y_{n1} - d_{n1}$ – запас товара в пункте D_n в конце 1-го периода;

$I_{n2} = q_n + y_{n1} + y_{n2} - d_{n1} - d_{n2}$ – запас товара в пункте D_n в конце 2-го периода;

$I_{nT} = q_n + \sum_{t=1}^{T} y_{nt} - \sum_{t=1}^{T} d_{nt}$ – запас товара в пункте D_n в конце периода T.

С учетом вышеизложенного получим:

$$I_{nt} = q_n + \sum_{j=1}^{t} y_{nt} - \sum_{j=1}^{t} d_{nt},$$
$$t = 1,2,\ldots,T,\ n = 1,2,\ldots,N. \qquad (4)$$

Спрос на товар в пунктах розничной торговли $D_1, D_2, \ldots, D_N$ будет удовлетворен товаром, который имеется на их складах при выполнении условия $d_{nt} \le I_{n,t-1}$. Учитывая (4), получим условия:

$$q_n + \sum_{j=1}^{t-1} y_{nt} \ge \sum_{j=1}^{t} d_{nt},$$
$$t = 1,2,\ldots,T,\ n = 1,2,\ldots,N,$$

которые должны выполняться с высокой степенью вероятности. Математически этот факт записывается следующим образом:

$$\mathbf{P}\left\{\sum_{j=1}^{t} d_{nt} \le q_n + \sum_{j=1}^{t-1} y_{nj}\right\} \ge 1-\varepsilon,$$
$$t = 1,2,\ldots,T,\ n = 1,2,\ldots,N,$$

где ε – заданная малая вероятность. Эти условия могут быть переписаны в виде:

$$B_n^{(t)}\left(q_n + \sum_{j=1}^{t-1} y_{nj}\right) \ge 1-\varepsilon,$$
$$t = 1,2,\ldots,T,\ n = 1,2,\ldots,N. \qquad (5)$$

Здесь $B_n^{(t)}(x)$ – t-кратная свертка функций распределения $B_n(x)$ с собой.

Если условие $d_{nt} \le I_{n,t-1}$ не выполняется, то спрос на товар в пункте D_n в периоде t превышает уровень запаса на складе, то есть $d_{nt} > I_{n,t-1}$. В таком случае логистическая система будет нести убытки, вызванные дефицитом товара в пунктах розничной торговли. Размер этих убытков составит: $p_{nt}(d_{nt} - I_{n,t-1})\mathbf{I}(d_{nt} > I_{n,t-1})$, где $\mathbf{I}(A)$ – индикатор события A.

В том случае, когда в периоде t на складе пункта D_n запас товара ненулевой, то есть выполняется условие $I_{nt} > 0$, необходимо учитывать расходы на хранение товара, которые будут равны значению $s_{nt}I_{nt}\mathbf{I}(I_{nt} > 0)$.

Составим выражение для определения суммарной прибыли описанной логистической системы на горизонте планирования T:

$$\begin{aligned}
P = &\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(p_{nt} - r_{nt})y_{nt} - \sum_{t=1}^{T} c_{mt}x_{mt} - \\
&-\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} s_t\left(q + \sum_{j=1}^{t} x_j - \sum_{j=1}^{t}\sum_{n=1}^{N} y_{nj}\right) - \\
&-\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} s_{nt}\left(q_n + \sum_{j=1}^{t} y_{nt} - \sum_{j=1}^{t} d_{nt}\right)\mathbf{I}\left(I_{nt} > 0\right) - \\
&-\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} p_{nt}\left(\sum_{j=1}^{t} d_{nt} - q_n - \sum_{j=1}^{t-1} y_{nt}\right)\mathbf{I}\left(d_{nt} > I_{n,t-1}\right) \to \max
\end{aligned} \qquad (6).$$

Задача стохастической оптимизации может быть сформулирована следующим образом: найти план закупки $\{x_t\}$ и доставки товара в пункты розничной торговли $\{y_{nt}\}$, который доставляет максимальное значение математическому ожиданию функции (6) и удовлетворяет условиям (3)-(5), а также условиям неотрицательности таких параметров управления: x_t, $y_{nt} \ge 0$, $\forall n,t$.

Для описания спроса в моделях управления запасами наиболее разумным, по мнению многих исследователей, является гамма-распределение, частным случаем которого является распределение Эрланга. Поэтому рассмотрим случай, когда величины спроса d_{nt} распределены по закону Эрланга k-го порядка, то есть функции распределения $B_n(x) = 1 - e^{-\lambda_n x}\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\lambda_n x)^i}{i!}$, а среднее значение случайной величины, распределенной по этому закону, равно k/λ_n . Тогда t-кратная свертка функций распределения примет такой вид:

$$B_n^{(t)}(x) = 1 - e^{-\lambda_n x}\sum_{i=0}^{kt-1}\frac{(\lambda_n x)^i}{i!}.$$

Дадим численную иллюстрацию построенной модели оптимизации для случая $T = 3$, $N = 2$. Проведем вычисления для четырех вариантов, соответствующих различным значениям параметра k в распределении Эрланга. Примем значение $\varepsilon = 0{,}9$. Параметры $\lambda_n^{(k)}$ подберем таким образом, чтобы среднее ожидаемое значение объемов спроса для различных вариантов расчетов было одинаковым (для $k = 1$: $\lambda_1^{(1)} = 0{,}02$ $\lambda_2^{(1)} = 0{,}025$; для $k = 2$: $\lambda_1^{(2)} = 0{,}04$ $\lambda_2^{(2)} = 0{,}05$; для $k = 3$: $\lambda_1^{(3)} = 0{,}06$ $\lambda_2^{(3)} = 0{,}075$; для $k = 4$: $\lambda_1^{(4)} = 0{,}08$ $\lambda_2^{(4)} = 0{,}1$). Необходимые для расчетов значения представлены в табл. 1.

Табл. 2 содержит значения параметров управления, а именно объемов закупки $\{x_t\}$ и продажи $\{y_{nt}\}$. В табл. 3 представлена структура общих затрат и приведены значения целевой функции для четырех вариантов расчетов. Расчеты выполнены с помощью пакета программ Excel.

Таблица 1

Исходные данные для расчета

Условные обозначения	Значения параметров	Условные обозначения	Значения параметров
c_1	5,3	s_{11}	0,1
c_2	6,0	s_{21}	0,1
c_3	6,2	s_{12}	0,2
r_{11}	1,8	s_{22}	0,2
r_{21}	1,6	s_{13}	0,3
r_{12}	2,2	s_{23}	0,3
r_{22}	2,0	p_{11}	5,5
r_{13}	2,0	p_{21}	5,7
r_{23}	2,0	p_{12}	8,9
s_1	0,1	p_{22}	9,5
s_2	0,1	p_{13}	10,0
s_3	0,2	p_{23}	10,0
E	150	q_1	134
q	100	q_2	118

Таблица 2

Результаты расчета параметров управления

Условные обозначения	Варианты			
	k=1	k=2	k=3	k=4
x_1	148,07	98,64	76,24	63,14
x_2	150,00	150,00	150,00	150,00
x_3	0	0	0	0
y_{11}	60,49	33,02	20,58	13,14
y_{21}	37,59	15,62	5,66	0
y_{12}	71,63	64,85	62,00	60,34
y_{22}	78,37	85,15	88,00	89,66
y_{13}	74,31	74,43	77,00	25,61
y_{23}	75,69	75,57	73,00	124,39

Таблица 3

Структура затрат и значение общей прибыли

Показатели	Варианты			
	k=1	k=2	k=3	k=4
Затраты на закупку товара	1 684,80	1 422,77	1 304,07	1 234,62
Затраты на хранение	234,04	204,38	190,94	183,08
Затраты на транспортировку	783,34	697,39	658,50	635,71
Доход от продажи	3 428,98	3 156,71	3 033,25	2 961,05
Прибыль	726,77	832,17	879,74	907,63

Полученные результаты показывают, что с увеличением параметра k суммарная прибыль логистической системы возрастает. При этом если спрос распределен экспоненциально ($k = 1$), то прибыль от продажи *398,07* ед. товара составит *726,77* ден. ед. В случае, когда объемы спроса имеют распределение Эрланга порядка $k > 1$, меньшему количеству реализованного товара (*348,64* ед. для $k = 2$, *326,24* ед. для $k = 3$, *313,14* ед. для $k = 4$) соответствуют большие значения прибыли: *832,17* ден. ед. для случая $k = 2$, *879,74* ден. ед. для $k = 3$ и *907,63* ден. ед. для $k = 4$. Таким образом, более точный прогноз спроса на товар позволяет участникам логистической сети увеличить общую прибыль за счет сокращения запасов закупаемого для реализации товара, ведь уменьшаются затраты на хранение, транспортировку и закупку.

Выводы. Разработанная стохастическая оптимизационная модель позволяет определять оптимальную политику по закупке фирмой-оптовиком товара и его распределению между пунктами розничной торговли на некотором горизонте планирования с максимальным значением суммарной прибыли.

Произведенные расчеты показывают, что неточно спрогнозированный спрос является причиной повышения расходов на хранение излишков, транспортировку, потерь из-за нехватки товара, что влечет за собой уменьшение прибыли. Для увеличения объема продаж и повышения эффективности работы логистических сетей требуется точный прогноз ожидаемого спроса по всей цепочке поставок.

В дальнейшем представляют интерес разработка методов оценки рыночного риска при планировании работы приведенной логистической сети, позволяющих количественно оценить экономическую целесообразность страхования риска неудовлетворения спроса на товар в пунктах розничной торговли и риска превышения количества доставленной продукции над спросом, а также изучение многономенклатурных динамических моделей со случайным спросом в пунктах назначения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Bramel J. The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics Management / J. Bramel, D Simchi-Levi. – NY; Berlin; Heidelberg: Springer, 1997. – 281 p.
2. Huth T. Integration of routing and resource allocation in dynamic logistic networks / T. Huth, D.C. Mattfeld // Haasis H.-D. Dynamics in Logistics / H.-D. Haasis // Proceedings of first international conference. – Berlin: Springer, 2007. – P. 85-94.
3. Brandimarte P. Introduction to distribution logistics / P. Brandimarte, G. Zoretti. – NY: Wiley, 2007. – 581 p.
4. Бродецкий Г.Л. Моделирование логистических процессов. Оптимальные решения в условиях риска / Г.Л. Бродецкий. – М.: ВЕРШИНА, 2006. – 376 с.
5. Сергеев В.И. Логистика в бизнесе: [учебник] / В.И. Сергеев. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 608 с.
6. Постан М.Я. Модель оптимального планирования производства и доставки продукции предприятия по распределительным каналам / М.Я. Постан, Д.А. Малиновский // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: зб. наук. праць. – Вип. 15. – О.: Вид-во ОНМУ, 2009. – С. 19-28.

7. Постан М.Я. Применение линейного программирования для оптимизации плана выпуска и доставки продукции в цепи поставок / М.Я. Постан, Ю.В. Куруджи // Технологический аудит и резервы производства. – 2014. – № 2/2 (16). – С. 42-47.
8. Dynamic optimization model for planning of integrated logistical system functioning / [I.V. Morozova, M.Ya. Postan, S.N. Dashkovskiy] // Proc. of 3d Intl. Conf. «Dynamics in Logistics» LDIC'2012. – Berlin, 2013. – P. 291-300.
9. Постан М.Я. Динамическая модель оптимального управления запасами товаров и их доставкой в деятельности логистической фирмы / М.Я. Постан // Логистика: проблемы и решения. – 2009. – № 2. – С. 54-58.
10. Dynamic Model for Optimization of Production and Finished Products Delivery Plans in Supply Chain / [M.Ya. Postan, N.I. Chuhraj, Yu.V. Kurudzhi] // Logistyka. – 2014. – № 4. – P. 2345-2352.
11. Куруджи Ю.В. Об одной статической модели оптимизации плана выпуска и доставки продукции в цепи поставок / Ю.В. Куруджи // Розвиток методів управління та господарювання на транспорті: зб. наук. праць. – Вип. 2 (43). – О.: ОНМУ, 2013. – С. 150-163.
12. Куруджи Ю.В. Разработка модели оптимизации плана выпуска и доставки продукции с учетом факторов неопределенности / Ю.В. Куруджи // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – № 4 (3). – С. 12-15.
13. Гаджинский А.М. Логистика: [учебник] / А.М. Гаджинский. – 20-е изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2012. – 484 с.