

## СЕКЦІЯ 10 МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 658:330.322:519.866

**Коцюба О.С.***кандидат економічних наук, доцент,  
докторант кафедри стратегії підприємств  
Київського національного економічного університету  
імені Вадима Гетьмана*

### ВИБІР ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПРОЕКТУ З МНОЖИНИ АЛЬТЕРНАТИВНИХ ВАРІАНТІВ В РАЗІ НЕЧІТКО-ІНТЕРВАЛЬНИХ ОЦІНОК ПОЧАТКОВИХ ПАРАМЕТРІВ

### SELECTING THE INVESTMENT PROJECT FROM A SET OF ALTERNATIVE VARIANTS UNDER FUZZY INTERVAL ESTIMATES OF INITIAL PARAMETERS

**АНОТАЦІЯ**

Статтю присвячено розвитку інструментарію для проблеми інвестиційного вибору. Пропонована в роботі формалізація порушеної проблеми передбачає наявність ризику некупності за показником чистої теперішньої вартості. На основі нечітко-множинної методології сформульовано модель вибору оптимального інвестиційного проекту з множин альтернативних варіантів для нечіткої постановки задачі.

**Ключові слова:** інвестиційний проект, невизначеність, ризик, теорія нечітких множин, нечітка оцінка, функція розподілу ступенів можливості.

**АННОТАЦИЯ**

Статья посвящена развитию инструментария для проблемы инвестиционного выбора. Предпринятая в работе формализация затронутой проблемы предполагает наличие риска некупаемости по показателю чистой приведенной стоимости. На основе нечетко-множественной методологии сформулирована модель выбора оптимального инвестиционного проекта из множеств альтернативных вариантов для нечеткой постановки задачи.

**Ключевые слова:** инвестиционный проект, неопределенность, риск, теория нечетких множеств, нечеткая оценка, функция распределения степеней возможности.

**ANNOTATION**

The paper is devoted to the development of tools for the problem of investment selection, when the initial parameters of investment alternatives are described by fuzzy interval numbers or estimates. Proposed in work formalization of considered problem involves a risk of non-repayment represented by net present value. On the basis of the relevant developments in the framework of fuzzy set methodology has been formulated a model of selecting the optimal investment project from a variety of alternatives for the fuzzy formulation of the problem.

**Keywords:** investment project, uncertainty, risk, fuzzy sets theory, fuzzy estimate, possibility degrees distribution functions.

**Постановка проблеми.** Відповідно до положень сучасного інвестиційного аналізу та інвестиційного менеджменту невизначеність, яка обтяжує інвестиційну діяльність підприємства, окрім ймовірнісної інформаційної ситуації, може набувати характеру нечіткості, коли

суб'єкт управління або експерту в змозі оперувати лише оцінками, які відображають діапазони можливих значень початкових кількісних параметрів розглядуваного інвестиційного проекту та диференціацію ступеня його впевненості чи очікувань стосовно тих чи інших значень всередині цих діапазонів. В межах напрацьованих натеper підходів зазначений різновид невизначеності моделюється за допомогою теорії нечітких множин.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Застосування нечітко-множинної методології в економіці й бізнесі нині перебуває на проміжному етапі шляху стабілізації ядра її концептуальних засад та методичного апарату. Провідна роль у становленні цього науково-практичного напрямку належить західним дослідникам. Останніми роками все більш помітною є активність в цій сфері з боку вчених країн пострадянського простору. Як дослідження, які репрезентативно відображають потенціал і здобутки економіки підприємства та інвестиційного менеджменту, можна назвати праці Дж. Баклі, Дж. Бояджиєва, К. Зопоунідса, А. Кофмана, Х. Хіла Алухи, Г.-Й. Циммермана, О.О. Недосекіна, П.В. Севастьянова, Л.Г. Димової, П.М. Дерев'янка [1–8].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Поряд з безперечним прогресом у впровадженні методів на основі теорії нечітких множин в управління діяльністю підприємства одержані результати не вичерпують всіх можливих підходів до тієї чи іншої проблеми в зазначеній предметній сфері. Зокрема, свій подальший продуктивний розвиток передбачає проблематика нечітко-множинного моделювання оптимальних інвестиційних рішень.

**Мета статті.** В контексті вищевикладеного інтерес становить проблема вибору найкращого інвестиційного проекту в ситуації, коли вихідні кількісні параметри розглядуваних інвестиційних альтернатив описуються нечіткими величинами (числами). В роботі [9] нами вже досліджувалися окремі аспекти цієї проблеми. Необхідність її повноцінного інструментального забезпечення зумовлює доцільність подальших досліджень.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Аналіз порушеної проблеми, який наводиться нижче, ґрунтується на таких припущеннях (гіпотезах).

1. Початкові фінансово-економічні параметри інвестиційних проектів, з яких здійснюється вибір, описуються як точковими значеннями, так і нормальними нечітко-інтервальними числами або оцінками. Більш точно, принаймні для одного з порівнюваних інвестиційних проектів принаймні один вихідний параметр моделюється нормальним нечітко-інтервальним числом (оцінкою), де останнє слід розуміти як нечітку величину [10, с. 138], для якої виконуються умови.

В разі дискретної (дискретно-інтервальної за рівнями належності) постановки (тут і далі припускати, що дискретизація здійснюється через рівні проміжки):

- 1)  $\max\{\alpha_i \mid \alpha_i = \Delta\alpha \times i, i = \overline{0, n}\} = 1$  (звідси  $\alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$ );
- 2)  $\tilde{K} = \bigcup_{i=0}^n [K^{\alpha_i}, \bar{K}^{\alpha_i}], \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$ ;
- 3)  $\underline{K}^{\alpha_i} < \bar{K}^{\alpha_i}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n-1}$ ;
- 4)  $\underline{K}^{1,0} \leq \bar{K}^{1,0}$ ;
- 5)  $\underline{K}^{\alpha_i} \leq \underline{K}^{\alpha_{i+1}}, \bar{K}^{\alpha_{i+1}} \leq \bar{K}^{\alpha_i}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n-1}$ ;

де  $K$  – критеріальний економічний показник (критерій);  $K$  – нечітка величина (оцінка) критерію  $K$ ;  $i$  – індекс інтервалу достовірності в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткого критерію  $K$ ;  $n$  – кількість кроків дискретизації в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткого критерію  $K$ ;  $\alpha_i$  – значення функції належності для  $i$ -го інтервалу достовірності;  $\Delta\alpha$  – крок дискретизації в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткого критерію  $K$ ;  $\underline{K}^{\alpha_i}, \bar{K}^{\alpha_i}$  – відповідно мінімальне і максимальне значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки критерію  $K$ , який відповідає рівню належності  $\alpha_i$ .

Для неперервної постановки:

- 1)  $\max\{\alpha \mid \mu_{\tilde{K}}(K) = \alpha, \mu_{\tilde{K}}: \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]\} = 1$ ;
- 2)  $\tilde{K} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [K^{\alpha}, \bar{K}^{\alpha}]$ ;
- 3)  $\underline{K}^{\alpha} < \bar{K}^{\alpha}, \alpha \in [0, 1]$ ;
- 4)  $\underline{K}^{1,0} \leq \bar{K}^{1,0}$ ;
- 5)  $\forall \{\alpha^*, \alpha^{**}\} \in [0, 1]: \alpha^* < \alpha^{**} \Rightarrow \underline{K}^{\alpha^*} \leq \underline{K}^{\alpha^{**}} \ \& \ \bar{K}^{\alpha^{**}} \leq \bar{K}^{\alpha^*}$ ;

де  $\mu_{\tilde{K}}$  – функція належності нечіткої оцінки критерію  $K$ ;  $\underline{K}^{\alpha}, \bar{K}^{\alpha}$  – відповідно мінімальне і максимальне значення для інтервалу в межах

нечіткої оцінки критерію  $K$ , який відповідає рівню належності  $\alpha$ .

Відразу оговоримо, що, орієнтуючись на потреби практичних розрахунків, у подальшому аналізі будемо виходити з дискретно-інтервального за рівнями належності способу опису нечітко-інтервальних чисел (оцінок).

Перша з наведених вище характеристик нормального нечітко-інтервального числа (як для дискретної, так і в разі неперервної постановки) відображає властивість нормальності, яка полягає у тому, що максимальне значення його функції належності дорівнює 1.

Доцільно розширити репрезентоване поняття нормального нечітко-інтервального числа (оцінки), включивши до його складу окреме числове значення, тобто звичайне число. Це дасть змогу моделювати досліджувану проблему як суто нечітко-інтервальну. Керуючись такими міркуваннями, розглядатимемо вихідний підхід як визначення нормального нечітко-інтервального числа у строгому сенсі, а другий – як розширене (узагальнене) трактування цього формалізму.

Також, оперуючи у подальшому викладенні поняттям нормального нечітко-інтервального числа (оцінки), будемо опускати у його назві перше слово, виходячи з того, що в роботі використовується лише цей різновид зазначеної математичної конструкції.

2. До складу порівнюваних інвестиційних проектів входять проекти з ненульовим, але меншим 0,5 ризиком некупності за показником чистої теперішньої вартості ( $NPV$ ), тобто для них ступінь можливості від'ємного  $NPV$  більше нуля, але при цьому шанси на прийнятний або бажаний результат вище, ніж ризик невдачі. Решта проектів (якщо такі є) мають окупитися за цим критерієм в межах прогнозних оцінок початкових фінансово-економічних параметрів.

3. Для кожного інвестиційного проекту з додатним ризиком некупності за показником  $NPV$  після мінімального терміну, коли серед інших сценаріїв може досягатися окупність, послідовність нечітко-інтервальних оцінок накопиченого дисконтованого ефекту або доходу ( $DAE$ ) є неспадаючою:

$$\underline{DAE}_k^{\alpha_i} \leq \underline{DAE}_{k+1}^{\alpha_i}, \bar{DAE}_k^{\alpha_i} \leq \bar{DAE}_{k+1}^{\alpha_i}. \quad (1-2)$$

$$k = k^*, T, \quad k^* = \min\{k \mid \bar{DAE}_k^{\alpha_i} \geq 0, k = \overline{1, T}\}, \quad \alpha_i = i/n, \quad i = \overline{0, n},$$

де  $\underline{DAE}_k^{\alpha_i}, \bar{DAE}_k^{\alpha_i}$  – мінімальне значення для інтервалу  $\alpha_i$ -рівня в межах нечітко-інтервальної оцінки  $DAE$ , відповідно, для  $k$ -го і  $k$ -го періоду реалізації інвестиційного проекту;  $\bar{DAE}_k^{\alpha_i}, \underline{DAE}_k^{\alpha_i}$  – максимальне значення для інтервалу  $\alpha_i$ -рівня в межах нечітко-інтервальної оцінки  $DAE$ , відповідно, для  $k$ -го і  $k$ -го періоду реалізації інвестиційного проекту;  $T$  – термін реалізації інвестиційного проекту (горизонт інвестування).

Важливий аспект запропонованої в цій статті формалізації проблеми інвестиційного вибору пов'язаний з наявністю (для окремих або всіх проектів, з яких проводиться вибір) ризику

від'ємної чистої теперішньої вартості, що зумовлений нечіткістю вихідних параметрів. Це припущення є джерелом певної методологічної складності, яка потребує спеціального розгляду.

Визначення економічної привабливості, або ефективності, проекту реального інвестування передбачає використання набору показників (критеріїв), які з урахуванням на основі процедури дисконтування зміни вартості активів у часі відображають його ефект, доходність та термін окупності. В разі, коли оцінки початкових параметрів обтяжені нечіткістю, результуючі показники ефективності також виявляються недетермінованими величинами. Сегментний (інтервальний) за рівнями належності підхід в межах апарату нечіткої математики дає змогу знаходити зазначені недетерміновані величини у формі нечітких (нечітко-інтервальних) величин (чисел). Проте цим шляхом можна скористатися не завжди. Якщо для деякого інвестиційного проекту внаслідок нечіткості вихідних параметрів має місце додатний, але менше одиниці, ризик некупності за показником  $NPV$ , то для нього задача оцінки показника терміну окупності з дисконтуванням ( $DPP$ ) переходить до розряду проблемних. Згідно з результатами дослідження [11] без гіпотези про припустимість екстраполяції грошових потоків інвестиційного проекту поза терміном його реалізації вона не може бути вирішена в принципі. Як альтернативний виступає підхід відмовитися в цьому разі від знаходження показника  $DPP$  у формі нечіткої величини (числа) й моделювати його за допомогою функції окупності, запропонованої у роботі [12, с. 10–11]. За своєю структурою зазначена функція певною мірою подібна функції розподілу випадкової величини з теорії ймовірностей і відображає розподіл ступенів можливості окупності проекту в часі, виходячи з такого припущення:

$$Poss(DPP \leq t) = Poss(DAE_t \geq 0), t \in [0, +\infty), \quad (3)$$

де  $Poss(\dots)$  – ступінь можливості відповідної події;  $DAE_t$  – значення накопиченого дисконтованого ефекту на кінець  $t$ -го моменту часу (періоду).

Згідно з наведеною гіпотезою  $Poss(DPP \leq t^{**}) = Poss(NPV \geq 0) = const$ ,  $t^{**} \in [T, +\infty)$ .

Принагідно зауважимо, що в аналогічний спосіб може визначатися показник терміну окупності інвестиційного проекту без дисконтування ( $PP$ ).

Якщо виходити з дискретного за розрахунковими періодами характеру визначення оцінок накопиченого дисконтованого ефекту інвестицій, функція окупності може бути знайдена на основі співвідношення [12, с. 10–11; 13, с. 1030–1031]:

$$Poss(DPP \leq t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Poss(DAE_{k-1} \geq 0) + (t - (k-1)) \times \\ \times \Delta Poss(DAE_k, DAE_{k-1}) & k-1 \leq t \leq k, \\ Poss(NPV \geq 0) & t > T \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta Poss(DAE_k, DAE_{k-1}) = Poss(DAE_k \geq 0) - Poss(DAE_{k-1} \geq 0), \quad (5)$$

$$t \in (-\infty, +\infty), k = \overline{1, T},$$

де  $DAE_{k-1}$ ,  $DAE_k$  – значення показника  $DAE$  на кінець відповідно  $k-1$ -го і  $k$ -го періоду.

Останнє із сформульованих на початку припущень, яке стосується нечітко-інтервальних оцінок накопиченого дисконтованого ефекту для інвестиційних проектів з ненульовим ризиком від'ємного  $NPV$ , забезпечує умову неспадного характеру функції окупності.

Слід додати, що, окрім показників терміну окупності, застосування функції розподілу ступенів можливості в ситуації нечітко-інтервальних оцінок вихідних параметрів припускає також показник внутрішньої норми доходності ( $IRR$ ) [14].

Нехай  $CF_k, k = \overline{0, T}$  – значення грошового потоку інвестиційного проекту в  $k$ -му розрахунковому періоді;  $\tilde{CF}_k = \bigcup_{i=0}^n [CF_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}]$ ,  $k = \overline{0, T}$ ,  $\alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$  – нечітко-інтервальне число (оцінка) грошового потоку інвестиційного проекту в  $k$ -му розрахунковому періоді;  $CF_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}, k = \overline{0, T}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$  – відповідно мінімальне і максимальне значення для інтервалу  $\alpha_i$ -рівня в межах нечітко-інтервальної оцінки грошового потоку для  $k$ -го періоду реалізації інвестиційного проекту.

Необхідною умовою як для нечітко-інтервального оцінювання, так і для побудови функції розподілу ступенів можливості стосовно показника внутрішньої норми доходності є наявність в межах нечітко-інтервальних оцінок грошових потоків розглядуваного інвестиційного проекту сценарію  $((CF_0^z, \dots, CF_T^z), CF_k^z \in \text{supp } \tilde{CF}_k, k = \overline{0, T})$ , для якого існує ставка дисконтування  $-r^z \in [0, +\infty)$ , за якої показник чистої теперішньої вартості дорівнює нулю:  $NPV(CF_0^z, \dots, CF_T^z, r^z) = 0$ . Окрім цього, як передумова для знаходження зазначених характеристик може виступати вимога, згідно з якою функція чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту з нечітко-інтервальними оцінками грошових потоків  $-NPV(\tilde{CF}_0, \dots, \tilde{CF}_T, r), \tilde{CF}_k = \bigcup_{i=0}^n [CF_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}]$ ,  $k = \overline{0, T}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}, r \in [0, +\infty)$  – строго спадає за дисконтною ставкою  $r$  на множині визначення за цим аргументом, тобто  $\forall \{r^*, r^{**}\} \in [0, +\infty): r^* < r^{**} \Rightarrow NPV(\tilde{CF}_0, \dots, \tilde{CF}_T, r^*) < NPV(\tilde{CF}_0, \dots, \tilde{CF}_T, r^{**})$ , де останнє співвідношення слід розуміти як одночасну істинність двох наборів нерівностей:  $NPV(CF_0^{\alpha_i}, \dots, CF_T^{\alpha_i}, r^{**}) < NPV(CF_0^{\alpha_i}, \dots, CF_T^{\alpha_i}, r^*)$  і  $NPV(\overline{CF}_0^{\alpha_i}, \dots, \overline{CF}_T^{\alpha_i}, r^{**}) < NPV(\overline{CF}_0^{\alpha_i}, \dots, \overline{CF}_T^{\alpha_i}, r^*)$ ,  $\alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$ . Неважко помітити, що для справедливості другої передумови достатньо для кожного рівня належності  $\alpha_i, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}$  строго спадної поведінки функції  $NPV(CF_0^{\alpha_i}, \dots, CF_T^{\alpha_i}, r), r \in [0, +\infty)$ .

В разі виконання обох з наведених передумов функція розподілу ступенів можливості для показника внутрішньої норми доходності може бути визначена за допомогою такого співвідношення [14, с. 235–239]:

$$Poss(IRR \leq r) = \begin{cases} 0, & r \in (-\infty, 0) \\ Poss(NPV(r) \leq 0), & r \in [0, +\infty) \end{cases} \quad (6)$$

Виходячи з особливостей досліджуваної проблеми, передумови для оцінювання внутрішньої норми доходності у формі нечітко-інтервального числа або функції розподілу ступенів можливості доцільно сформулювати дещо інакше:

1) функція чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту з нечітко-інтервальними оцінками грошових потоків –  $NPV(\tilde{CF}_0, \dots, \tilde{CF}_T, r)$ ,  $\tilde{CF}_k = \bigcup_{i=0}^n [CF_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}]$ ,  $k = 0, T$ ,  $\alpha_i = i/n$ ,  $i = 0, n$ ,  $r \in [0, +\infty)$  – строго спадає за дисконтною ставкою  $r$  на множині визначення за цим аргументом в сенсі, який було зафіксовано вище;

2) для кожного з граничних сценаріїв реалізації інвестиційного проекту з нечітко-інтервальними оцінками грошових потоків – знизу і зверху – існує дисконтна ставка, за якої показник чистої теперішньої вартості дорівнює нулю:  $\exists r = IRR^{\alpha_0} \in [0, +\infty): NPV(CF_0^{\alpha_0}, \dots, CF_T^{\alpha_0}, IRR^{\alpha_0}) = 0$ ;  $\exists IRR^{\alpha_0} \in [0, +\infty): NPV(\overline{CF}_0^{\alpha_0}, \dots, \overline{CF}_T^{\alpha_0}, IRR^{\alpha_0}) = 0$ .

В разі виконання наведених передумов за дисконтної ставки  $IRR^{\alpha_0}$  функція розподілу ступенів можливості для показника внутрішньої норми доходності досягає свого максимально припустимого рівня – 1, а також стабілізується на ньому, тобто  $\forall r \in [IRR^{\alpha_0}, +\infty): Poss(IRR \leq r) = Poss(NPV(r) \leq 0) = 1$ .

Отже, в подальших міркуваннях будемо виходити з того, що показники економічної привабливості (ефективності) порівнюваних варіантів реального інвестування моделюються або нечітко-інтервальними оцінками, або ж функціями розподілу ступенів можливості.

Позначимо через  $\Omega$  множину часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій, які використовуються суб'єктом управління для порівняльного аналізу інвестиційних альтернатив. Тоді в межах запропонованої нечіткої (нечітко-інтервальної) постановки задачі інвестиційного вибору цю множину можна розбити на дві підмножини:  $\Omega_I$  та  $\Omega_F$ , перша з яких складається з критеріїв, оцінки яких задані в нечітко-інтервальній формі, а друга – з критеріїв, які задаються за допомогою функції розподілу ступенів можливості ( $\Omega_I \cup \Omega_F = \Omega$ ,  $\Omega_I \cap \Omega_F = \emptyset$ ).

Відповідно до прийнятих вище гіпотез і викладених стосовно них пояснень модель вибору оптимального інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів в ситуації нечітко-інтервальних оцінок початкових параметрів, якщо обмежитися адитивним варіантом згортки критеріїв, може бути сформульована в такий спосіб:

$$SI_j = \sum_{l=1}^L a_l (b_{1l} {}^H Re(\tilde{K}_{lj}) + b_{12} {}^H Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l)) + \sum_{v=1}^V c_v (q_{v1} {}^H Me({}^F K_{vj}) + q_{v2} {}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v)), \quad (7)$$

$j = \overline{1, m}$ ,

$${}^H Re(\tilde{K}_{lj}) = \begin{cases} \frac{Re(\tilde{K}_{lj}) - K_{min l}}{K_{max l} - K_{min l}}, & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^+ \\ \frac{K_{max l} - Re(\tilde{K}_{lj})}{K_{max l} - K_{min l}}, & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^- \end{cases}, \quad {}^H Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l) = 1 - Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l), \quad (8-9)$$

$$l = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, m},$$

$$K_{min l} = \min \{ \underline{K}_{lj}^{\alpha_0} \mid j = \overline{1, m} \}, \quad l = \overline{1, L}, \quad K_{max l} = \max \{ \overline{K}_{lj}^{\alpha_0} \mid j = \overline{1, m} \}, \quad l = \overline{1, L}, \quad (10-11)$$

$$Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l) = \begin{cases} Poss(K_{lj} < G_l), & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^+ \\ Poss(K_{lj} > G_l), & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^- \end{cases}, \quad (12)$$

$$l = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, m},$$

$${}^H Me({}^F K_{vj}) = \begin{cases} \frac{Me({}^F K_{vj}) - {}^F K_{min v}}{{}^F K_{max v} - {}^F K_{min v}}, & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+ \\ \frac{{}^F K_{max v} - Me({}^F K_{vj})}{{}^F K_{max v} - {}^F K_{min v}}, & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^- \end{cases}, \quad {}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v) = 1 - Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v), \quad (13-14)$$

$$v = \overline{1, V}, \quad j = \overline{1, m},$$

$${}^F K_{min v} = \min_{j=1, \dots, m} {}^F K_{min vj}, \quad {}^F K_{max v} = \max_{j=1, \dots, m} {}^F K_{max vj}, \quad v = \overline{1, V}, \quad (15-16)$$

$${}^F K_{min vj} = \max_{G \in \mathbb{R}} \text{argmin} Poss({}^F K_{vj} \leq G), \quad {}^F K_{max vj} = \min_{G \in \mathbb{R}} \text{argmax} Poss({}^F K_{vj} \leq G), \quad (17-18)$$

$$Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v) = \begin{cases} Poss({}^F K_{vj} < {}^F G_v), & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+ \\ Poss({}^F K_{vj} > {}^F G_v), & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^- \end{cases}, \quad (19)$$

$v = \overline{1, V}, \quad j = \overline{1, m}$ ,

де  $SI_j$  – узагальнений (інтегрований) критерій економічної привабливості (ефективності, результативності)  $j$ -го інвестиційного проекту;  $m$  – число проектів у сукупності, з якої здійснюється вибір найкращого проекту;  $L$  – число часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій у складі множини  $\Omega_I$ , тобто заданих у формі нечітко-інтервальних оцінок;  $V$  – число часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій у складі множини  $\Omega_F$ , тобто заданих у формі функції розподілу ступенів можливості;  $K_{lj}$  –  $l$ -й частковий критерій ефективності з множини  $\Omega_I$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;  $\tilde{K}_{lj}$  – нечітко-інтервальна оцінка  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_I$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;  $\underline{K}_{lj}^{\alpha_0}$ ,  $\overline{K}_{lj}^{\alpha_0}$  – відповідно мінімальне і максимальне значення для інтервалу, який відповідає рівню належності  $\alpha_0$  в межах нечітко-інтервальної оцінки  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_I$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;  $Re(\tilde{K}_{lj})$ ,  ${}^H Re(\tilde{K}_{lj})$  – відповідно вихідне та нормалізоване репрезентативне значення (число) для нечітко-інтервальної оцінки  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_I$   $j$ -го інвестиційного проекту;  $G_l$  – нормативне значення  $l$ -го часткового критерію з множини  $\Omega_I$ ;  $Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l)$ ,  ${}^H Risk(\tilde{K}_{lj}, G_l)$  – відповідно вихідне та нормалізоване значення ступеня ризику невідповідності значення критерію  $K_{lj}$  нормативу  $G_l$ ;  ${}^F K_{vj}$  –  $v$ -й частковий критерій ефективності з множини  $\Omega_F$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;  $Me({}^F K_{vj})$ ,  ${}^H Me({}^F K_{vj})$  – відповідно вихідне та нормалізоване медіанне значення  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;  ${}^F G_v$  – нормативне значення  $v$ -го часткового критерію з множини  $\Omega_F$ ;  $Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v)$ ,  ${}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v)$  – відповідно вихідне та нормалізоване значення ступеня ризику невідповідності значення критерію  $K_{vj}$  нормативу  $G_v$ ;  $K_{min l}$ ,  $K_{max l}$  – відповідно мінімальне та максимальне

значення в межах множини можливих значень  $l$ -го часткового критерію привабливості з множини  $\Omega_F$ ;  ${}^F K_{min v}$ ,  ${}^F K_{max v}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах множини можливих значень  $v$ -го часткового критерію привабливості з множини  $\Omega_F$ ;  $a_l$  – ваговий коефіцієнт для  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq a_l \leq 1$ ,  $\sum_{l=1}^L a_l = 1$ );  $c_v$  – ваговий коефіцієнт для  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq c_v \leq 1$ ,  $\sum_{v=1}^V c_v = 1$ );  $b_{l1}$ ,  $b_{l2}$  – ваговий коефіцієнт для відповідно репрезентативного значення і ступеня ризику невідповідності нормативу в межах  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq b_{l1} \leq 1$ ,  $0 \leq b_{l2} \leq 1$ ,  $b_{l1} + b_{l2} = 1$ );  $q_{v1}$ ,  $q_{v2}$  – ваговий коефіцієнт для відповідно медіанного значення і ступеня ризику невідповідності нормативу в межах  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq q_{v1} \leq 1$ ,  $0 \leq q_{v2} \leq 1$ ,  $q_{v1} + q_{v2} = 1$ ).

Рівності  $K_{ij} = K_{ij}^+$  та  $K_{ij} = K_{ij}^-$  фіксують відповідно додатний (позитивний) та від'ємний (негативний) знак інгредієнта для часткових критеріїв ефективності з множини  $\Omega_F$ . Такий же сенс мають рівності  ${}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+$  та  ${}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^-$  по відношенню до часткових критеріїв з множини  $\Omega_F$ .

Нагадаємо, що економічний показник має додатний (позитивний) інгредієнт, якщо в межах аналізованої проблемної ситуації він оптимізується в напрямі максимуму. Якщо ж бажаним є мінімальне значення показника, то це означає, що він має від'ємний (негативний) інгредієнт.

Найкращим серед альтернативних напрямів реального інвестування слід вважати проект, для якого узагальнений показник економічної привабливості набуває найбільшого значення, при цьому  $SI_j \in [0, 1]$ ,  $j = 1, m$ .

Методологія нечітко-множинного моделювання припускає різні конструкції міри можливості у співвідношеннях (12, 19). Так, це може бути підхід на основі теоретико-ймовірнісної аналогії [12], або ж інтервальні версії можливої міри (із зважуванням та без нього) [8; 11]. В загальному випадку використання різних варіантів можливої міри приводить до отримання відмінних результатів. Зазначені розбіжності підпорядковуються певним закономірностям, наявність яких, як можна припустити, робить можливим контрольоване, в прийнятних межах, використання альтернативних мір можливості (докладніше з цього приводу див., наприклад, [15]).

Одним з ключових елементів представленої вище моделі є показники, які відображають міру центральної тенденції для недетермінованих величин часткових критеріїв ефективності:

- репрезентативні значення (числа), якщо зазначені недетерміновані величини описуються нечітко-інтервальними числами;
- медіанні значення (медіани), якщо недетерміновані величини часткових критеріїв

ефективності моделюються за допомогою функції розподілу ступенів можливості.

Розглянемо названі характеристики недетермінованих величин докладніше.

Репрезентативне значення або число нечіткої величини є нечітко-множинним аналогом показників центра групування випадкової величини з теорії імовірностей. Так само, як це має місце для останніх, репрезентативне значення припускає різні версії і може знаходитися в різний спосіб: як центр ваги, як центр площі, як мода (тобто значення в межах розглядуваної нечіткої величини з максимальним значенням функції належності), а також на основі інших підходів [10, с. 197-201].

В межах задач інвестиційного аналізу поряд з іншими методами видається доцільним звернення до методу, який, відповідно до його структури, можна називати методом середньозваженого за рівнями належності (інтервалами  $\alpha$ -рівня) центрування (центра) [16, с. 7]. Згідно з цим методом репрезентативне число нечітко-інтервальної оцінки слід знаходити за допомогою формули.

Для дискретної постановки:

$$Re^{hw}(\tilde{K}) = \sum_{i=1}^n w(\alpha_i) \times \frac{K^{\alpha_i} + \bar{K}^{\alpha_i}}{2}, \quad w(\alpha_i) = \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad \alpha_i = i/n, \quad i = \overline{1, n}, \quad (20-21)$$

де  $Re^{hw}(\tilde{K})$  – репрезентативне значення (число) для нечітко-інтервальної оцінки критерію  $K$ , розраховане з використанням методу середньозваженого центрування за  $\alpha$ -рівнями.

Для неперервної постановки:

$$Re^{hw}(\tilde{K}) = \int_0^1 w(\alpha) \times \frac{K^{\alpha} + \bar{K}^{\alpha}}{2} d\alpha, \quad w(\alpha) = \alpha \int_0^1 \alpha d\alpha, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (22-23)$$

Що ж до медіани для недетермінованої величини, яка описується функцією розподілу ступенів можливості, то аналогічно тому, як прототип цього показника визначається в межах теорії імовірностей, її слід знаходити на основі співвідношення:

$$Poss({}^F K \leq Me({}^F K)) = 0,5, \quad (24)$$

де  $Me({}^F K)$  – медіанне значення критерію  $K$ , заданого функцією розподілу ступенів можливості.

Показники центральної тенденції і ступеня ризику, які деталізують обумовлені нечітко-інтервальними оцінками вихідних параметрів часткові критерії ефективності, зручно називати деталізованими критеріями.

Проілюструємо застосування запропонованої моделі на умовному прикладі.

Нехай розглядаються три інвестиційні проекти. Термін реалізації кожного проекту становить три роки. Грошові потоки проектів і дисконтна ставка описуються нечітко-інтервальними оцінками (числами). Внаслідок цього показники ефективності інвестицій (чиста теперішня вартість –  $NPV$ , внутрішня норма доходності –  $IRR$ , термін окупності з дисконтуванням –  $DPP$ ) моделюються або нечітко-інтервальними оцінками, або функціями розподілу

Таблиця 1

Нечітко-інтервальні оцінки показника  $NPV$  для альтернативних інвестиційних проектів

$\alpha_i, \overline{i = 0, 10}$	$\widetilde{NPV}_1$ , млн. гр. од.		$\widetilde{NPV}_2$ , млн. гр. од.		$\widetilde{NPV}_3$ , млн. гр. од.	
	$NPV_1^{\alpha_i}$	$\overline{NPV}_1^{\alpha_i}$	$NPV_2^{\alpha_i}$	$\overline{NPV}_2^{\alpha_i}$	$NPV_3^{\alpha_i}$	$\overline{NPV}_3^{\alpha_i}$
$\alpha_0$	-1,556	7,804	-2,513	9,394	-0,948	4,654
$\alpha_1$	-1,399	7,210	-2,246	8,729	-0,840	4,582
$\alpha_2$	-1,240	6,617	-1,978	8,068	-0,732	4,510
$\alpha_3$	-1,081	6,026	-1,708	7,409	-0,624	4,438
$\alpha_4$	-0,921	5,436	-1,438	6,754	-0,515	4,367
$\alpha_5$	-0,760	4,849	-1,166	6,103	-0,406	4,296
$\alpha_6$	-0,598	4,264	-0,893	5,455	-0,297	4,226
$\alpha_7$	-0,436	3,680	-0,618	4,809	-0,187	4,156
$\alpha_8$	-0,272	3,098	-0,343	4,168	-0,077	4,087
$\alpha_9$	-0,108	2,518	-0,065	3,529	0,034	4,018
$\alpha_{10}$	0,057	1,940	0,213	2,894	0,144	3,949

Таблиця 2

Нечітко-інтервальні оцінки показника  $IRR$  для альтернативних інвестиційних проектів

$\alpha_i, \overline{i = 0, 10}$	$\widetilde{IRR}_1$		$\widetilde{IRR}_2$		$\widetilde{IRR}_3$	
	$IRR_1^{\alpha_i}$	$\overline{IRR}_1^{\alpha_i}$	$IRR_2^{\alpha_i}$	$\overline{IRR}_2^{\alpha_i}$	$IRR_3^{\alpha_i}$	$\overline{IRR}_3^{\alpha_i}$
$\alpha_0$	0,137	0,960	0,092	0,839	0,193	0,573
$\alpha_1$	0,147	0,885	0,108	0,789	0,199	0,571
$\alpha_2$	0,158	0,814	0,124	0,740	0,204	0,568
$\alpha_3$	0,169	0,746	0,141	0,692	0,210	0,565
$\alpha_4$	0,180	0,681	0,157	0,646	0,216	0,563
$\alpha_5$	0,191	0,620	0,173	0,601	0,221	0,560
$\alpha_6$	0,201	0,561	0,189	0,557	0,227	0,557
$\alpha_7$	0,212	0,506	0,205	0,514	0,233	0,554
$\alpha_8$	0,223	0,452	0,221	0,472	0,239	0,552
$\alpha_9$	0,234	0,402	0,238	0,431	0,244	0,549
$\alpha_{10}$	0,244	0,354	0,254	0,390	0,250	0,546

ступенів можливості. Результати оцінювання критеріїв ефективності наведені в табл. 1, 2 і 3.

Таблиця 3

Функція розподілу ступенів можливості для показника  $DPP$  в межах альтернативних інвестиційних проектів

Рік	$Poss(DPP_1 \leq t)$	$Poss(DPP_2 \leq t)$	$Poss(DPP_3 \leq t)$
0	0,000	0,000	0,000
1	0,270	0,240	0,187
2	0,402	0,351	0,329
3	0,881	0,862	0,918

Необхідно знайти інтегрований показник економічної привабливості для кожного з аналізованих інвестиційних проектів і визначити найкращий з них.

У табл. 4 представлені результати розрахунку показників центра групування значень і ступеня ризику для критеріїв ефективності

інвестицій в межах порівнюваних інвестиційних альтернатив. При цьому було прийнято такі нормативи для зазначених критеріїв:  $G_{NPV} = 0$  млн. гр. од,  $G_{IRR} = 0,22$ ,  $G_{DPP} = 2,5$  роки.

Вагові коефіцієнти для часткових і деталізованих критеріїв встановимо за допомогою правила П.С. Фішберна [17, с. 156–157]. При цьому задамо таку систему переваг між критеріями:  $NPV \succ IRR \succ DPP$ ,  $Re(\widetilde{NPV}_j) \sim Risk(\widetilde{NPV}_j)$ ,  $Re(\widetilde{IRR}_j) \sim Risk(\widetilde{IRR}_j)$ ,  $Me({}^f DPP_j) \sim Risk({}^f DPP_j)$ ,  $j = 1, 3$ . Тоді вагові коефіцієнти набувають таких значень: для часткових критеріїв відповідно 0,500, 0,333, 0,167 і 0,500 для всіх деталізованих критеріїв.

Виходячи з даних табл. 1–4, а також знайдених вагових коефіцієнтів, можна отримати такий набір значень інтегрованого показника економічної привабливості: 0,592, 0,586, 0,617 для проектів 1, 2 і 3 відповідно. Звідси випливає, що найкращим серед аналізованих варіантів інвестування слід вважати проект 3.

Таблиця 4

## Показники центра групування значень і ступеня ризику для критеріїв ефективності інвестицій в межах альтернативних інвестиційних проектів

№ проекту	$Re(\tilde{NPV}_j),$ $j=\overline{1,3},$ млн. гр. од.	$Re(\tilde{IRR}_j),$ $j=\overline{1,3}$	$Me(^F DPP_j),$ $j=\overline{1,3},$ років	$Risk(\tilde{NPV}_j),$ $j=\overline{1,3}$	$Risk(\tilde{IRR}_j),$ $j=\overline{1,3}$	$Risk(^F DPP_j),$ $j=\overline{1,3}$
1	1,626	0,363	2,205	0,119	0,056	0,359
2	2,102	0,361	2,291	0,138	0,092	0,393
3	1,986	0,394	2,290	0,082	0,018	0,377

**Висновки.** Результати репрезентованого дослідження свідчать про те, що методологія на основі теорії нечітких множин дає змогу ефективно моделювати ситуації інвестиційного аналізу, коли кількісні параметри розглядуваних інвестиційних проектів описуються нечітко-інтервальними оцінками. Спираючись на наявні напрацювання в межах нечітко-множинного підходу, в публікації було запропоновано модель вибору оптимального інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів у разі невизначеності і ризику в межах нечіткої постановки задачі. Апробація запропонованої моделі на умовному прикладі продемонструвала її спроможність.

Актуальним напрямом подальших зусиль за порушеною в цій роботі проблематикою є формування цілісної методології оцінки ефективності реальних інвестицій, яка поєднує у собі різні підходи до інтерпретації і моделювання невизначеності, а також пов'язаного з нею ризику.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

- Fuzzy mathematics in economics and engineering / [J.J. Buckley, E. Eslami, T. Feuring]. – Heidelberg ; New York : Physica-Verl., 2002. – XI, 272 p.
- Bojadziev G. Fuzzy Logic for Business, Finance and Management / G. Bojadziev, M. Bojadziev. – Singapore : World Scientific, 2007. – XX, 232 p.
- Fuzzy Sets in Management, Economy and Marketing / ed. by C. Zopounidis and oth. – World Scientific Pub Co, 2001. – XIII, 271 p.
- Кофман А. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями / А. Кофман, Х. Хил Алуха ; пер. с исп. – Минск : Вышэйшая школа, 1992. – 224 с.
- Zimmermann H.J. Fuzzy Sets Theory – and Its Applications / H.J. Zimmermann. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1991. – XX, 399 p.
- Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций / А.О. Недосекин. – СПб. : Типография «Сезам», 2002. – 181 с.
- Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология / [Н.В. Дилигенский, Л.Г. Дымова, П.В. Севастьянов]. – М. : Машиностроение. – 1, 2004. – 397 с.
- Деревянко П.М. Модели и методы принятия стратегических решений по распределению реальных инвестиций предприятия с применением теории нечетких множеств : дисс. ... канд. экон. наук : спец. 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики» / П.М. Деревянко. – СПб., 2006. – 224 с.
- Коцюба О.С. Вимірювання господарського ризику за нечітко-інтервальними оцінками критеріїв ефективності / О.С. Коцюба // Інвестиції: практика та досвід. – 2016. – № 12. – С. 29–34.
- Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.
- Недосекин А.О. Нечеткий DPBP и новый подход к рациональному отбору инвестиционных проектов / А.О. Недосекин [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [http://sedok.narod.ru/s\\_files/2003/Art\\_090603.doc](http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_090603.doc).
- Тищук Т.А. Економіко-математичне моделювання процесів управління проектами на основі теорії нечітких множин : автореф. дис. ... канд. экон. наук : спец. 08.03.02 «Економіко-математичне моделювання» / Т.А. Тищук. – Донецьк, 2001. – 19 с.
- Коцюба О.С. Оцінювання дисконтованого терміну окупності інвестиційного проекту за умов нечітких вихідних даних / О.С. Коцюба // Глобальні та національні проблеми економіки : ел. наук. вид. – 2016. – Вип. 10. – [Електронний ресурс]. – Режим доступа : <http://global-national.in.ua/archive/10-2016/214.pdf>.
- Коцюба О.С. Оцінювання внутрішньої норми доходності в ситуації нечітких грошових потоків / О.С. Коцюба // Стратегія економічного розвитку України. – 2013. – Вип. 33. – С. 228–241.
- Коцюба О.С. Аналіз розбіжностей в оцінках ступеня ризику на основі альтернативних методів в межах нечітко-множинної методології / О.С. Коцюба // Бізнес Інформ. – 2016. – № 6. – С. 106–112.
- Обобщение метода анализа иерархий Саати для использования нечетко-интервальных экспертных данных / [А.А. Ахрамейко, Б.А. Железко, Д.В. Ксенович, С.В. Ксенович] [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [http://sedok.narod.ru/s\\_files/b\\_281202\\_1.zip](http://sedok.narod.ru/s_files/b_281202_1.zip).
- Економічний ризик: ігрові моделі : [навч. посібник] / [В.В. Вітлінський, П.І. Верченко, А.В. Сігал, Я.С. Наконечний] ; ред. В.В. Вітлінський. – К. : КНЕУ, 2002. – 446 с.