

УДК 330.42-330.46

Чорнорот Я.О.*аспірант кафедри економічної інформатики
Національної металургійної академії України***ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ
В ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ****PROSPECTS OF USING THE THEORY OF COMPLEX NUMBERS
IN THE ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING****АНОТАЦІЯ**

У статті проведений аналіз існуючих економіко-математичних моделей управління запасами на підприємстві. Розглянуто доцільність та можливість формування моделей управління запасами з використанням теорії комплексних чисел; наведені перспективи та переваги побудови таких моделей.

Ключові слова: модель управління запасами, комплексні числа, замовлення, обсяг, витрати.

АННОТАЦИЯ

В статье проведен анализ существующих экономико-математических моделей управления запасами на предприятии. Рассмотрены целесообразность и возможность формирования моделей управления запасами с использованием теории комплексных чисел; приведены перспективы и преимущества построения таких моделей.

Ключевые слова: модель управления запасами, комплексные числа, заказ, объем, затраты.

ANNOTATION

The article analyzes the existing economic and mathematical models of inventory management in the enterprise. It considers the desirability and feasibility of forming models of inventory management using the theory of complex numbers; provides the prospects and benefits of constructing such models.

Keywords: model of inventory management, complex numbers, order, volume, costs.

Постановка проблеми. Управління запасами є важливою складовою управлінської діяльності для успішного існування будь-якого підприємства, що у своїй роботі стикається з наявністю запасів. Управління запасами дає змогу підприємству максимізувати свій прибуток за рахунок оптимізації рівня запасів та ефективного їх використання, встановлення достатнього, але не дуже високого рівня запасу. При цьому кошти, що вкладаються у ці запаси, можливо мінімізувати. Розроблено багато моделей управління запасами із застосуванням різноманітних математичних методів, але теорію комплексних чисел в них ще не було застосовано.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Управління запасами – важлива частина управління оборотними активами підприємства, основним завданням якої є забезпечення неперервного процесу виробництва та реалізації продукції, а також мінімізація сукупних витрат з обслуговування запасів. При управлінні запасами вирішуються два основних питання: це об'єм та строк заказу, тобто у якій кількості та коли треба здійснювати заказ необхідного товару.

Багато науковців у своїх працях приділили свою увагу проблемі управління запасами, а

саме Т.В. Алесинська, Е.Н. Ломкова, А.А. Епов, Н.В. Новікова, В.В. Федосєєва, Б.К. Плоткін, Л.А. Делюкін, М.І. Баканов, М.В. Мельник, А.Д. Шермет, О.В. Ефімова, А.М. Стерлігова та інші.

Виділення невирішених раніше частин. Проведений аналіз літературних джерел за темою дослідження показав, що для подальших наукових розробок в даному напрямі перспективним є питання формування та побудови моделей управління запасами з використанням теорії комплексних чисел.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Проведення аналізу існуючих моделей управління запасами та обґрунтування перспектив формування таких моделей з використанням теорії комплексних чисел.

Виклад основного матеріалу дослідження. Згідно до економіко-математичного словника, управління запасами – комплекс моделей і методів, призначених для оптимізації запасів, тобто ресурсів, що знаходяться на зберіганні і призначених для задоволення попиту на ці ресурси. Терміни «ресурси» і «запаси» тут розуміються широко: можна говорити про запаси кінцевої продукції, про запаси напівфабрикатів (тоді відповідна задача буде завданням про оптимізацію незавершеного виробництва), про запаси сировини, природних і трудових ресурсів, грошових коштів і т. д. Роль виробництва зводиться тут до поповнення рівня запасів по мірі виникнення потреби в них. В якості цільової функції в задачах управління запасами виступають сумарні витрати на утримання запасів, на складські операції, втрати від псування при зберіганні і моральне старіння, втрати від дефіциту і штрафи і т. д. Природно, що відшукується мінімум цієї функції. Керованими змінними в таких завданнях є обсяг запасів, частота і терміни їх поповнення (шляхом виробництва, закупівлі і т. д.), ступінь готовності продукції, що зберігається у вигляді запасів, та ін. Завдання бувають статичні (коли приймається разове рішення про рівень запасу на певний період) і динамічні, або багатокрокові, коли приймаються послідовні рішення або коригується раніше прийняте рішення з урахуванням змін, що відбуваються [1, с. 369–370].

Стали широко поширеними системи завдань з управління запасами, тобто обґрунтування величини загальновиробничих запасів, цехових і внутрішньо-цехових запасів, оптимізації їх величини і розподілу за видами. Зміни в економіці, створення більшої кількості комерційних організацій, їх серйозна диверсифікація, вимога орієнтуватися на запити клієнтів, облік дії конкурентів привели до істотної зміни процесу управління виробництвом, вимагаючи найбільшої гнучкості та адаптивності організацій до нових умов. Контроль за попитом, швидка зміна асортименту продукції та мінімізація запасів стали їх найважливішим завданням в нових умовах ринкової економіки [2, с. 113].

Запаси, будучи одним з видів оборотних активів, мають величезне значення для забезпечення фінансового благополуччя підприємства. Це означає, що на підприємстві повинна бути розроблена комплексна система їх аналізу, причому сфера задач аналізу зачіпає як оцінку достатності та збереження матеріальних ресурсів, так і забезпеченість джерелами фінансування. Запаси представляють собою ту частину оборотних активів, які знаходяться в постійному русі. Якщо ж цього не відбувається, то такі запаси – вже існуючі або потенційні збитки організації. Надмірні запаси припиняють рух капіталу, порушують фінансову стабільність підприємства, змушуючи його керівництво в терміновому порядку вишукувати необхідні для поточної діяльності грошові кошти. Ці та інші негативні наслідки політики накопичення запасів нерідко повністю перебивають позитивний ефект від економії за рахунок більш ранніх закупівель або отриманих знижок. Величина запасів сировини і матеріалів визначається насамперед обсягом продажів, характером виробництва, природою запасів, можливістю перебоїв у постачанні і умовами придбання сировини (можливої економії від закупівель більшого обсягу) [3, с. 74].

Існує досить багато моделей управління запасами. Базисною моделлю є модель Уілсона. Аналізуючи літературні джерела, можна виділити наступні основні види моделей управління запасами:

- однопродуктова статична модель;
- однопродуктова статична модель, яка допускає дефіцит;
- модель з поступовим поповненням запасів;
- модель з поступовим поповненням запасів, що допускає дефіцит;
- модель з фіксованим розміром замовлення;
- модель з фіксованою періодичністю замовлення;
- модель, що враховує кількісні знижки.

У своїй роботі Б.К. Плоткін та Л.А. Делюкін стверджують, що запаси є ключовою категорією в логістиці. З точки зору логістики запаси – це матеріальний потік з нульовою швидкістю фізичного переміщення. Запаси володіють подвійною природою: з одного боку,

вони мають позитивне значення, а з іншого боку, вони мають негативну властивість. Позитивне значення запасів полягає в тому, що із зростанням величини запасу зростає надійність функціонування системи, тобто забезпечується надійне, безперебійне забезпечення матеріальними ресурсами виробництва або надійність реалізації товару. Але запаси володіють і негативною властивістю, яке полягає в тому, що в запасах іmobilізуються (омертвляються) матеріальні та фінансові ресурси. Звідси і виникають проблеми оптимізації запасу, тобто визначення того рівня запасу, при якому загальні витрати при управлінні запасом будуть мінімальними. Оптимізація рівня запасів виконується виходячи з того, що має місце дві групи витрат – це витрати на зберігання запасу і витрати на доставку продукції та здійснення замовлення, звідси проблема: поставляти продукцію великими чи малими партіями. При поставках великими партіями скорочуються транспортні витрати, але збільшуються витрати на зберігання. При поставках малими партіями – зменшуються витрати на зберігання запасу, але зростають транспортні витрати. Отже, проблема оптимізації запасів зводиться до проблеми оптимізації партії постачання [4, с. 16]. У посібнику розглядаються такі моделі, як: модель Уілсона, модель оптимального розміру партії поставки при періодичному надходженні і рівномірному витраті матеріальних ресурсів, модель оптимального розміру партії поставки при періодичному надходженні і рівномірному витраті матеріальних ресурсів [4].

Новікова Н.В. пише, що одним з найважливіших етапів планування роботи будь-якої виробничої одиниці – цеху, підприємства або об'єднання підприємств – є визначення раціонального рівня запасів сировини, напівфабрикатів, інструментів. Основними причинами створення виробничих запасів служать необхідність забезпечення безперебійного постачання виробничого процесу, періодичність виробництва різних видів продукції постачальниками, здійснення транспортування більшості видів продукції від постачальника до споживача партіями, а також розбіжність ритму виробництва з ритмом споживання. Предметом теорії управління запасами є відшукування такої організації поставок або виробництва, при яких сумарні витрати на функціонування системи були мінімальними [5, с. 12].

Н.В. Новікова у своїй роботі розглядає такі моделі: модель Уілсона з нескінченною інтенсивністю поставки без дефіциту, ЕММ-формування запасів з кінцевою інтенсивністю поставки без дефіциту, ЕММ-формування запасів при наявності дефіциту з урахуванням незадоволених вимог [5].

Е.Н. Ломкова та А.А. Епов у своїй роботі зазначають, що фірми часто роблять різні запаси. Зберігають сировину, заготовки, готову продукцію, призначену для продажу. Запасів не повинно бути ні занадто багато, ні занадто

мало. У першому випадку виникає необхідність не виправданих витрат на зберігання, на амортизацію товару. У другому випадку може виявитися так, що на складі не буде потрібного товару. Крім того, мала кількість запасів має на увазі їх часте поповнення, що також потребує витрат. Завдання управління запасами полягає в тому, щоб уникнути обох крайнощів і зробити загальні витрати по можливості менше [6, с. 28]. У посібнику розглядаються декілька найпростіших детермінованих моделей управління запасами, а саме, основна модель, модель виробничих поставок та модель поставок зі знижкою [6].

У даній статті за основу визначень та позначень досліджуваних моделей приймемо підхід, що запропонований Т.В. Алесинською. У своїй роботі вона пише, що математичні моделі управління запасами (УЗ) дозволяють знайти оптимальний рівень запасів деякого товару, здатий мінімізувати сумарні витрати на покупку, оформлення та доставку замовлення, зберігання товару, а також збитки від його дефіциту. Модель Уілсона є найпростішою моделлю УЗ і описує ситуацію закупівлі продукції у зовнішнього постачальника, яка характеризується наступними припущеннями:

- інтенсивність споживання є апріорно відомою і постійною величиною;
- замовлення доставляється зі складу, на якому зберігається раніше вироблений товар;
- час поставки замовлення є відомою і постійною величиною;
- кожне замовлення поставляється у вигляді однієї партії;
- витрати на здійснення замовлення не залежить від розміру замовлення;
- витрати на зберігання запасу пропорційні його розміром;
- відсутність запасу (дефіцит) є неприпустимим [7, с. 132].

Вхідні параметри моделі Уілсона:

1) v – інтенсивність (швидкість) споживання запасу (од. тов. / од. t);

2) s – витрати на зберігання запасу, (грн./од.тов. * од. t);

3) K – витрати на здійснення замовлення, що включають оформлення та доставку замовлення (грн.);

4) t_d – час доставки замовлення, (од. t).

Вихідні параметри моделі Уілсона:

1) Q – розмір замовлення (од. тов.);

2) L – загальні витрати на управління запасами в одиницю часу (грн. / од. t);

3) τ – період поставки, тобто час між подачами замовлення або між поставками (од. t);

4) h_0 ж точка замовлення, тобто розмір запасу на складі, при якому треба подавати замовлення на доставку чергової партії (од. тов.).

Цикли зміни рівня запасу в моделі Уілсона графічно представлені на рис. 1. Максимальна кількість продукції, яка знаходиться в запасі, збігається з розміром замовлення Q [7].

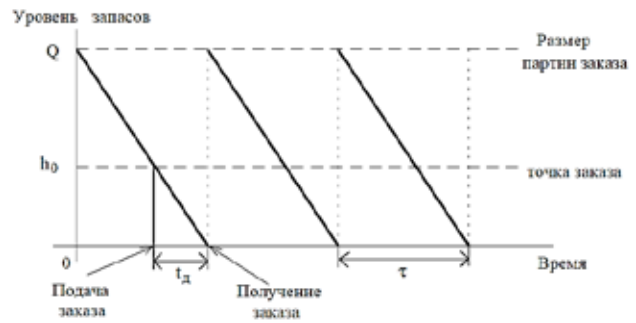


Рис. 1. Графік циклів зміни запасів в моделі Уілсона

Формули моделі Уілсона:

$$Q_w = \sqrt{\frac{2Kv}{s}} \quad (\text{формула Уілсона}), \quad (1)$$

де Q_w – оптимальний розмір замовлення в моделі Уілсона;

$$L = K * \frac{v}{Q} + s * \frac{Q}{2} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{Q}{v} \quad (3)$$

$$h_0 = vt_d \quad (4)$$

Графік витрат на УЗ в моделі Уілсона представлений на рис. 2.

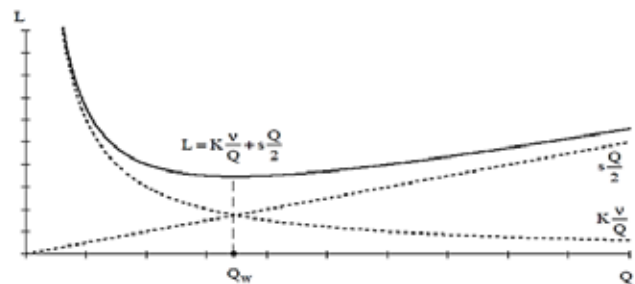


Рис. 2. Графік витрат на УЗ в моделі Уілсона

Розглянемо модель планування економічного розміру партії.

Модель Уілсона, що використовується для моделювання процесів закупівлі продукції у зовнішнього постачальника, можна модифікувати і застосовувати в разі власного виробництва продукції. На рис. 3 схематично представлений деякий виробничий процес. На першому верстаті виробляється партія деталей з інтенсивністю λ деталей в одиницю часу, які використовуються на другому верстаті з інтенсивністю v (дет. / од. t).

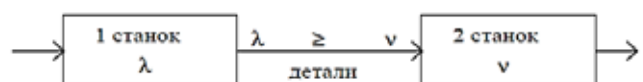


Рис. 3. Схема виробничого процесу

Вхідні параметри моделі планування економічного розміру партії:

1) λ – інтенсивність виробництва продукції першим верстатом (од. тов. / од. t);

2) v – інтенсивність споживання запасу (од. тов. / од. t);

3) s – витрати на зберігання запасу (грн. / од.тов. * од. t);

4) K – витрати на здійснення замовлення, що включають підготовку (переналагодження) першого верстата для виробництва продукції, споживаної на другий верстаті (грн.);

5) t_p – час підготовки виробництва (переналагодження) (од. t).

Вихідні параметри моделі планування економічного розміру партії:

1) Q – розмір замовлення (од. тов.);

2) L – загальні витрати на управління запасами в одиницю часу (грн./од. t);

3) τ – період запуску у виробництво партії замовлення, тобто час між включеннями в роботу першого верстата (од. t);

4) h_0 – точка замовлення, тобто розмір запасу, при якому треба подавати замовлення на виробництво чергової партії (од. тов.).

Зміна рівня запасів відбувається наступним чином (рис. 4):

– протягом часу t_1 працюють обидва верстата, тобто продукція виробляється і споживається одночасно, внаслідок чого запасу накопичується з інтенсивністю $(\lambda - v)$;

– протягом часу t_2 працює тільки другий верстат, споживаючи накопичився запас з інтенсивністю v .

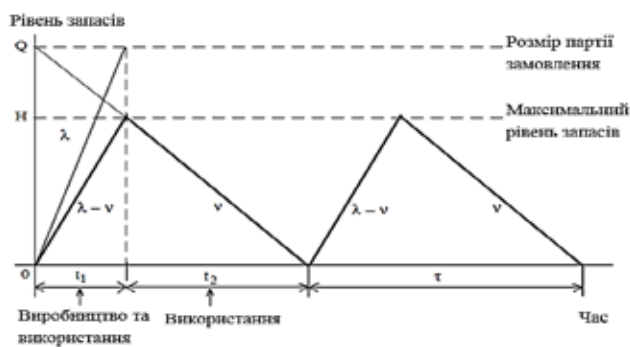


Рис. 4. Графік циклів зміни запасів в моделі планування економічного розміру партії

Формули моделі економічного розміру партії:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Kv\lambda}{s(\lambda-v)}} \text{ або } Q^* = \sqrt{\frac{2Kv}{s(1-v/\lambda)}} \quad (5)$$

де * – означає оптимальність розміру замовлення;

$$L = K \frac{v}{Q} + s \frac{Q(\lambda-v)}{\lambda} \text{ або } L = K \frac{v}{Q} + \frac{sQ(1-v/\lambda)}{2} \quad (6)$$

$$H = \frac{Q(\lambda-v)}{\lambda} \text{ або } H = Q(1 - v/\lambda) \quad (7)$$

$$\tau = \frac{Q}{v} \quad (8)$$

$$h_0 = vt_p \quad (9)$$

Розглянемо модель управління запасами, що враховує знижки.

Рівняння загальних витрат для ситуації, коли враховуються витрати на покупку товару, має вигляд:

$$L = K \frac{v}{Q} + s \frac{Q}{2} + cv \quad (\text{грн./од.т}), \quad (10)$$

де c – ціна товару (грн. / од. тов.);

cv – витрати на купівлю товару в одиницю часу (грн. / од. t).

Якщо ціна закупівлі складованого товару постійна та залежить від Q , то її включення в рівняння загальних витрат призводить до переміщення графіка цього рівняння паралельно осі Q і не змінює його форми (рис. 5). Тобто в разі постійної ціни товару її облік не змінює оптимального рішення Q_w [7].

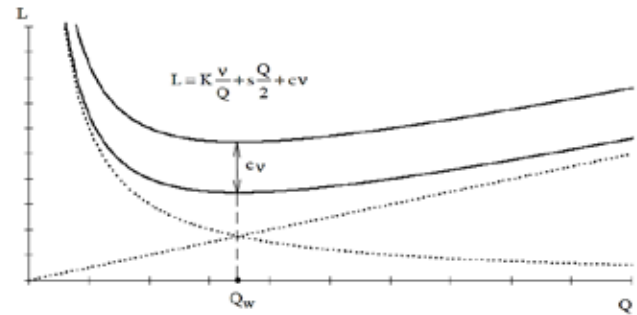


Рис. 5. Графік витрат на уз з урахуванням витрат на покупку

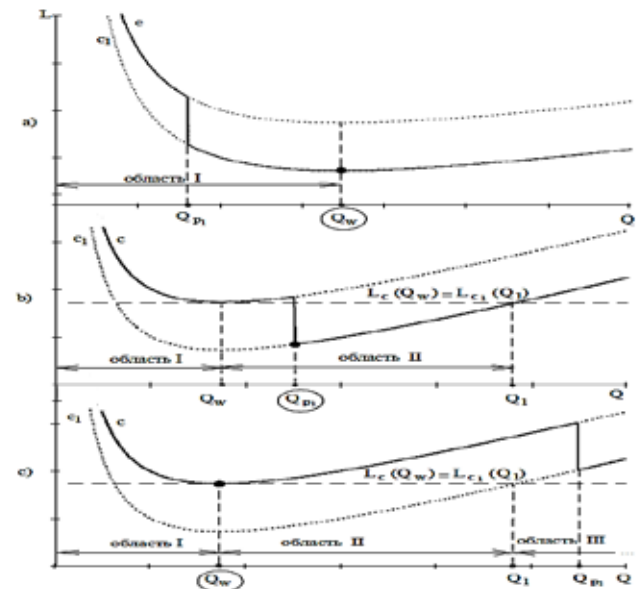


Рис. 6. Графік витрат з урахуванням знижок: а) $Q^* = Q_w$; б) $Q^* = Q_{p1}$; в) $Q^* = Q_w$ [7]

Якщо на замовлення великого обсягу надаються знижки, то замовлення на більші партії спричинять за собою збільшення витрат на зберігання, але це збільшення може бути компенсоване зниженням закупівельної ціни. Таким чином, оптимальний розмір замовлення може змінюватися в порівнянні з ситуацією відсутності знижок. Тому витрати на придбання товару необхідно враховувати в моделі покупок зі знижками [7].

Нові вхідні параметри моделі, що враховує знижки:

1) Q_{p1} , Q_{p2} – точки розриву цін, тобто розміри покупок, при яких починають діяти, відповідно, перша і друга знижки (од. тов.);

2) c , c_1 , c_2 – відповідно, вихідна ціна, ціна з першою знижкою, ціна з другою знижкою (грн. / од. тов.).

Вплив єдиної знижки на загальні витрати на УЗ показано на рис. 6. Щоб визначити оптимальний розмір замовлення Q^* , необхідно проаналізувати, в яку з трьох областей потрапляє точка розриву ціни Q_{p1} (рис. 6). Правило вибору Q^* для випадку з однією знижкою має вигляд:

$$Q^* = \begin{cases} Q_w, & \text{якщо } 0 \leq Q_{p1} < Q_w \text{ (область 1),} \\ Q_{p1}, & \text{якщо } Q_w \leq Q_{p1} < Q_1 \text{ (область 2),} \\ Q_w, & \text{якщо } Q_{p1} \geq Q_1 \text{ (область 3).} \end{cases} \quad (11)$$

Широке використання математичних методів є важливим напрямком удосконалення економічного аналізу, підвищує його ефективність. Це досягається за рахунок скорочення термінів проведення аналізу, більш повного охоплення впливу факторів на результати комерційної діяльності, заміни наближених або спрощених розрахунків точними обчисленнями, постановки і розв'язання нових багатомірних завдань аналізу, для яких практично неможливо отримати розв'язання вручну або традиційними методами [2, с. 191].

Використання елементів теорії комплексних чисел в економіко-математичному моделюванні дозволить представити пари економічних показників, які є відображенням якого-небудь економічного об'єкта або явища, у вигляді комплексної змінної. При формуванні комплексної змінної з пари економічних показників вона буде розглядатися як єдина змінна. Ця змінна буде нести в собі інформацію про дві її складові величини та відобразатиме функціональний вплив цих складових на деякий результат. Для того щоб дві економічні змінні могли бути об'єднані в одну комплексну, повинно виконуватися дві умови:

– ці дві економічні змінні повинні виступати різними характеристиками одного і того ж економічного об'єкта чи явища;

– ці дві економічні змінні повинні бути однієї розмірності [8, с. 3–4].

Висновки. Проведене дослідження показало, що управління запасами відіграє важливу роль для фінансового успіху підприємства, вибір

ефективної стратегії з управління запасами дозволить мінімізувати витрати, що пов'язані з запасами. Застосування моделей комплексних змінних розширює інструментальну базу моделювання економіки. Актуальність використання теорії комплексних чисел в економічному аналізі обумовлена високим значенням проблеми удосконалення математичних і інструментальних методів за рахунок використання теорії комплексних чисел, що дозволить отримати не лише більш компактний запис, а і включити в економіко-математичну модель детальнішу інформацію про об'єкт моделювання.

Подальшим напрямом досліджень є розробка та побудова економіко-математичних моделей управління запасами з використанням теорії комплексних чисел.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки; 5-е изд., перераб. и доп. / Л.И. Лопатников. – М.: Дело, 2003. – 520 с.
2. Баканов М.И. Теория экономического анализа / [М.И. Баканов, М.В. Мельник, А.Д. Шеремет]. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 536 с.
3. Ефимова О.В. Финансовый анализ: современный инструментарий для принятия экономических решений: [учебник] / О.В. Ефимова. – М.: Омега*Л, 2010. – 351 с.
4. Плоткин Б.К. Экономико-математические методы и модели в логистике: [учеб. пособие] / Б.К. Плоткин, Л.А. Делюкин. – СПб.: СПбГУЭФ, 2010. – 96 с.
5. Новикова Н.В. Экономико-математические методы и модели: [конспект лекций] / Н.В. Новикова – Минск, 2010. – 46 с.
6. Ломкова Е.Н. Экономико-математические модели управления производством (теоретические аспекты): [учеб. пособие] / Е.Н. Ломкова, А.А. Эпов. – Волгоград: ВолгГТУ, 2005. – 67 с.
7. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу «Экономико-математические методы и модели» / Т.В. Алесинская. – Таганрог: ТРТУ, 2002. – 153 с.
8. Светульников И.С. Производственные функции комплексных переменных в экономическом анализе: автореф. дис. ... канд. эк. наук: спец. 08.00.13 «Математические и инструментальные методы в экономике» / И.С. Светульников. – Санкт-Петербург, 2008. – 17 с.