

УДК 658.155:664.6(477.73)

Янковий В.О.

кандидат економічних наук,  
доцент кафедри економіки і планування бізнесу  
Одеського національного економічного університету**ЕКОНОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФАКТОРІВ РОСТУ ЧИСТОГО ДОХОДУ  
МИКОЛАЇВСЬКОГО КОМБІНАТУ ХЛІБОПРОДУКТІВ****ECONOMETRIC MODELING OF NET INCOME GROWTH FACTORS  
OF NICOLAEV BAKERY PLANT****АНОТАЦІЯ**

У статті розглянуто основні методологічні положення економетричного моделювання факторів росту чистого доходу підприємства на базі виробничих функцій. Показано, що найбільш популярними в сучасних економічних дослідженнях є економетричні моделі, які узагальнені функцією з постійною еластичністю заміщення факторів (лінійна, функція Кобба-Дугласа, функція Леонт'єва). Наведено їх порівняльний аналіз, критерій відбору найбільш адекватної моделі, важливіші економіко-математичні характеристики. Надано практичні рекомендації щодо розрахунку невідомих параметрів указаних виробничих функцій за допомогою різних методів оцінювання. Всі теоретичні аспекти проілюстровано на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства борошномельної промисловості України.

**Ключові слова:** виробничі функції, економетричні моделі, еластичність заміщення факторів.

**АННОТАЦИЯ**

В статье рассмотрены основные методологические положения эконометрического моделирования факторов роста чистого дохода предприятия на базе производственных функций. Показано, что наиболее популярными в современных экономических исследованиях являются эконометрические модели, обобщенные функцией с постоянной эластичностью замещения факторов (линейная, функция Кобба-Дугласа, функция Леонт'ева). Приведен их сравнительный анализ, критерий отбора наиболее адекватной модели, важнейшие экономико-математические характеристики. Даны практические рекомендации по расчету неизвестных параметров указанных производственных функций с помощью различных методов оценки. Все теоретические аспекты проиллюстрированы на конкретном примере по данным статистической отчетности предприятия мукомольной промышленности Украины.

**Ключевые слова:** производственные функции, эконометрические модели, эластичность замещения факторов.

**ANNOTATION**

The basic methodological positions of econometric modeling of net income growth factors using production functions considered in the article. It is shown that econometric models (linear, Cobb-Douglas, Leont'yev function) which are generalized by function with constant elasticity of substitution of factors are the most popular in modern economic research. A comparative analysis, the criterion of selecting of the most appropriate model, the most important economic and mathematical characteristics presented. Practical recommendations for calculating of unknown parameters of specified functions according to various methods of evaluation provided. All theoretical aspects are illustrated on a specific example based on the data of Ukrainian milling industry enterprise.

**Keywords:** production functions, econometric models, the elasticity of substitution of factors.

**Постановка проблеми.** У вітчизняній економетриці моделювання динаміки показників господарської діяльності підприємств зазвичай зводиться до використання трендових рів-

нянь регресії типу  $Y = a_0 + a_1 t$ , які відображають варіацію рівнів часового ряду  $Y$  залежно від часу  $t$ . Аналітичні можливості вказаних моделей обмежені лише визначенням основної тенденції розвитку (знак коефіцієнта  $a_1$ ), його середнім абсолютним приростом (модуль коефіцієнта  $a_1$ ), оцінкою рівня динаміки, що передує часовому ряду (величина  $a_0$ ). Значно більш інформативними є виробничі функції (ВФ), які дають змогу досліднику виявити вплив окремих факторів на зміну величини  $Y$  і розрахувати низку важливих математико-статистичних параметрів економічного розвитку.

Серед сучасних ВФ найбільш популярними є двофакторні функції, що описують залежність випуску продукції (чистого доходу) підприємства  $Y$  від середньої річної вартості основних виробничих фондів ( $K$ ) і витрат на оплату праці ( $L$ ):  $Y = f(K, L)$ . При цьому всі змінні представляються у вартісному вимірі, а інформаційним джерелом виступає фінансова звітність підприємства, зокрема форма № 1 «Баланс» і форма № 2 «Звіт про фінансові результати».

До двофакторних функцій, що отримали досить широке практичне впровадження завдяки досить простому і зрозумілому економічному тлумаченню їх математико-статистичних параметрів, належить сімейство ВФ, яке узагальнює неокласична функція з постійною еластичністю заміщення факторів, або CES-функція (від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*) [1; 2]. У це сімейство входять: лінійна функція, ВФ Кобба-Дугласа, функція Леонт'єва. Однак теоретичні аспекти застосування їх в економічних дослідженнях, вибору адекватної моделі впливу факторів  $K$ ,  $L$  на результати виробництва  $Y$  виходячи із властивостей даних ВФ, розроблено явно недостатньо. Немає зрозумілого пояснення, чому саме ВФ Кобба-Дугласа отримала найбільше розповсюдження в практиці економетричного моделювання.

Вибір Миколаївського комбінату хлібопродуктів як об'єкту дослідження зумовлений тим, що борошномельна промисловість являє собою одну з головних підгалузей харчової промисловості, від роботи якої значною мірою залежить продовольча безпека країни. Економічні, тех-

ніко-технологічні та інші суспільні процеси в ній відіграють вагомую роль у забезпеченні населення якісною продукцією відповідних об'ємів.

На сучасному етапі діяльність підприємств зі зберігання та переробки зернових культур, виробництва і гранулювання комбікормів ускладнюється недостатністю якісної сировини, відсутністю збалансованої системи логістики, постійним зростанням цін на енергоресурси, посиленням конкуренції з боку імпоротної продукції, відсутністю стратегічного управління, що в підсумку призводить до скорочення обсягів виробництва продукції та зростання її собівартості. Розв'язання завдань підвищення ефективності борошномельної промисловості вимагає передусім негайного адаптування всіх учасників продовольчого комплексу до мінливих умов ринкового середовища. Вищезазначене зумовлює потребу вивчення проблем та перспектив випуску продукції на Миколаївському комбінаті хлібопродуктів за допомогою математико-статистичних методів моделювання, зокрема з використанням ВФ.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Серед економетричних методів моделювання факторів росту випуску продукції на підприємствах харчової промисловості ВФ є відносно частими гостями. Переважно це ВФ Кобба-Дугласа [3–10] як найбільш відома двофакторна модель залежності реалізації продукції від витрат капіталу і праці. Що стосується інших ВФ, зокрема CES-функції, лінійної функції та функції Леонтьєва, то вони зустрічається досить рідко [11].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** В економічній літературі практично відсутні методологічні рекомендації щодо застосування сімейства ВФ, що узагальнює CES-функція, у дослідженнях на рівні підприємств. Немає чітких методичних указівок щодо переваг і недоліків певної ВФ, вибору моделі в кожній конкретній задачі; суттєво утруднено розрахунки невідомих коефіцієнтів деяких ВФ, наприклад самої CES-функції.

**Мета статті** полягає у знайомстві широкого кола економістів з аналітичними можливостями ВФ Кобба-Дугласа, лінійної функції та CES-функції, з програмним забезпеченням визначення їх невідомих параметрів за допомогою різних методів оцінювання, а також в ілюструванні вказаних аспектів на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства борошномельної промисловості України – Миколаївського комбінату хлібопродуктів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Неокласична вартісна CES-функція має такий вигляд:

$$Y = A_0 [A_1 K^{-p} + (1 - A_1) L^{-p}]^{-\frac{\gamma}{p}}, \quad (1)$$

де  $A_0$  – коефіцієнт шкали ( $0 < A_0$ );  $A_1$  – коефіцієнт ваги виробничого фактора ( $0 < A_1 < 1$ );  $p$  – параметр ВФ ( $-1 < p$ );  $\gamma$  – показник ступеня однорідності ВФ ( $0 < \gamma$ ).

Як відомо, еластичність заміщення факторів  $\sigma$  CES-функції визначається так:

$$\sigma = \frac{1}{1+p}. \quad (2)$$

ВФ (1) залежно від значення параметра  $p$  узагальнює інші ВФ:

За  $p \rightarrow 0$  вираження (1) перетворюється у ВФ Кобба-Дугласа

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \quad (3)$$

де  $A$  – коефіцієнт шкали ( $0 < A$ );  $\alpha, \beta$  – параметри ВФ ( $0 < \alpha, \beta < 1$ ).

ВФ (4) належить до неокласичних під час виконання нерівностей, що накладено на її коефіцієнти і параметри. Еластичність заміщення факторів ВФ Кобба-Дугласа  $\sigma \approx 1$ .

За  $p \rightarrow -1$  отримуємо лінійну функцію, яка не належить до неокласичних:

$$Y - A_2 = A_3 K + A_4 L, \quad (4)$$

де  $A_2$  – вільний член;  $A_3, A_4$  – граничні продукти відповідних факторів виробництва ( $0 \leq A_2, A_3$ ).

Еластичність заміщення факторів лінійної ВФ  $\sigma \approx \infty$ . Основний її недолік полягає в тому, що будь-який випуск продукції забезпечується навіть за нульових витрат одного з факторів, тому ВФ (4) доречно використовувати під час моделювання виробництва, коли один із факторів не впливає на його результати, тобто знаходиться у надлишку.

3. За  $p \rightarrow \infty$  CES-функція прямує до функції Леонтьєва, яка теж не належить до неокласичних:

$$Y = \min\left(\frac{K}{c_1}; \frac{L}{c_2}\right), \quad (5)$$

де  $c_1, c_2$  – питомі витрати відповідного фактора ( $0 \leq c_1$  – фондомісткість одиниці продукції,  $0 \leq c_2$  – трудомісткість одиниці продукції).

Еластичність заміщення факторів ВФ Леонтьєва  $\sigma \approx 0$ , і її можна зустріти під іншими назвами: функція з нульовою еластичністю заміщення, ВФ з постійними пропорціями. Функція (5) призначена переважно для моделювання строго детермінованих технологічних процесів, які не допускають відхилення від установлених нормативів щодо використання виробничих факторів на одиницю продукції, тому її застосування для моделювання динаміки показників господарської діяльності підприємств у цілому практично не зустрічається.

ВФ (1), (3), (4) використовуються передусім для адекватного описання просторової варіації змінних  $Y, K, L$ , коли дослідник має справу з даними по групі підприємств за один і той же проміжок часу. У разі ж часової варіації цих змінних, тобто коли розглядається економічна інформація за одним окремим підприємством за низку проміжків часу, вказані ВФ дещо трансформуються (динамізуються).

Так, динамізована CES-функція набуває вигляду:

$$Y = A_0 e^{\lambda t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1) L^{-p}]^{-\frac{\gamma}{p}}, \quad (6)$$

Тут вважається, що  $\gamma = 1$ , тобто ВФ є лінійно однорідною, а також уведений ще один фактор – так званий нейтральний науково-технічний прогрес із невідомим середнім темпом приросту  $\lambda$ , який відображає вплив на  $Y$  усіх чинників, окрім  $K$  і  $L$ , де  $t$  – час, який приймає значення  $1, 2, \dots, N$ .

У табл. 1 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (6).

Динамізована ВФ (3) (так звана ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена) має вигляд:

$$Y = Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta. \quad (7)$$

У табл. 2 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (7).

Динамізована лінійна функція представляється так:

$$Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3 K + A_4 L. \quad (8)$$

Оскільки лінійна функція (8) є адитивною моделлю економічного процесу, а CES-функція (6) і ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) – мультиплікативні моделі, то  $\lambda_1$  у даному разі представляє собою середній абсолютний приріст  $Y$  за рахунок усіх чинників, окрім  $K$  і  $L$ .

У табл. 3 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (8).

Оцінка невідомих коефіцієнтів  $\lambda_1, A_2, A_3$  лінійної функції (8) за методом найменших квадратів не викликає труднощів, оскільки вона здійснюється на основі стандартних програм регресійного аналізу, наприклад у редакторі *Excel*. Шляхом логарифмування лівої і правої частин (7) ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена легко перетворюється в лінійну функцію з можливістю подальшого застосування стан-

Таблиця 1

## Основні характеристики динамізованої CES-функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 + (1-A_1) \left(\frac{L}{K}\right)^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 \left(\frac{K}{L}\right)^{-p} + (1-A_1)]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1-A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$E_L = \frac{1-A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left[ \left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - (1-A_1) L^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} A_1^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[ \left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - A_1 K^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} (1-A_1)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{1-A_1}{A_1} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції $Y$	$\left(\frac{A_1}{1-A_1}\right)^{\frac{1}{1+p}}$	

Джерело: розроблено автором на основі [2; 11]

Таблиця 2

## Основні характеристики ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = \frac{Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{K} = Ae^{\lambda t} K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{Y}{L} = \frac{Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{L} = Ae^{\lambda t} K^\alpha L^{\beta-1}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = Ae^{\lambda t} \alpha K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = Ae^{\lambda t} \beta K^\alpha L^{\beta-1}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$EK = \alpha$	$EL = \beta$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} L^\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$	$L = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} K^\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} L^\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}} : L = A^{-\frac{1}{\alpha}} Y^{\frac{1}{\alpha}} e^{\frac{\lambda}{\alpha} t} L^{-1-\frac{\beta}{\alpha}}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{K}{L}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції $Y$	$\frac{\alpha}{\beta}$	

Джерело: розроблено автором на основі [2; 11]

Таблиця 3

## Основні характеристики динамізованої лінійної функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y - A_2}{K} = \frac{\lambda_1 t + A_4 L}{K} + A_3$	$\frac{Y - A_2}{L} = \frac{\lambda_1 t + A_3 K}{L} + A_4$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = A_3$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = A_4$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = A_3 : \left( \frac{\lambda_1 t + A_4 L}{K} + A_3 \right)$	$E_L = A_4 : \left( \frac{\lambda_1 t + A_3 K}{L} + A_4 \right)$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L}{A_3}$	$L = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K}{A_4}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \frac{A_4(Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L)}{A_3(Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K)}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{A_3}{A_4}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	будь-яка точка прямої $Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3(K + L)$	

Джерело: розроблено автором

дартної програми «Регресія» задля розрахунку параметрів  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . CES-функцію (6) привести до лінійного вигляду принципово неможливо, тому для оцінки її невідомих коефіцієнтів  $\lambda$ ,  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $p$  використовують наближені методи розрахунку, що потребує застосування спеціального програмного забезпечення. Саме відносна простота визначення невідомих коефіцієнтів ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена є її вагомою перевагою перед іншими ВФ, у тому числі і перед CES-функцією. Саме ця обставина зумовлює виняткову популярність ВФ (4), (8) у сучасних економічних дослідженнях.

Водночас ВФ (7) і (8) мають серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них. Як було показано вище, еластичність заміщення факторів  $\sigma$  є мірою можливості заміни праці капіталом і, навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена завжди дорівнює одиниці, а для лінійної функції – плюс нескінченності. Дані обмеження є дуже жорсткими і часто не відповідають реальній економічній дійсності. У цьому сенсі CES-функція (6) має явну перевагу порівняно з ВФ (7) і (8): величина  $\sigma$  для неї може приймати будь-які значення. Хоча так само, як ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і для лінійної функції,  $\sigma$  для CES-функції є постійною величиною, що впливає із самої її назви.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці ( $Y/L$ ) від фондоозброєності ( $K/L$ ) у рамках даних ВФ досить різний. Для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і для лінійної функції за  $K/L \rightarrow \infty$  за будь-яких допустимих значень їх параметрів продуктивність праці теж прагне в нескінченність. А CES-функція за довірливих значень її параметрів і за  $K/L \rightarrow \infty$  має верхню межу, що більш правдоподібно в осяжній економічній перспективі. Ясно, що з позиції адекватності моделі процесу, що вивчається, ВФ (6) виглядає переважніше.

У процесі моделювання динаміки випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних динамічних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми:

1) якій із трьох ВФ (6) – (8) віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями явно на користь CES-функції);

2) як оцінити параметри ВФ (6), якщо вибрана саме CES-функція.

Передусім розглянемо наявні підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з трьох розглянутих у ході економетричного моделювання динаміки випуску продукції підприємства. Оскільки ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена легко перетворюється в лінійну функцію, то її порівняння з ВФ (8) не викликає особливих труднощів. Перевагу слід віддати тій лінійній функції, яка задовольняє таку вимогу: коефіцієнт детермінації  $R^2$  приймає максимальне значення у разі статистичної значущості всіх оцінених параметрів регресії. Значно складніше представляється справа порівняння ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції.

Дж. Кменті [12], Р. Вінн і К. Холден [13, с. 84–85] розділили ліву і праву частини формул (1), (3) на  $L$ , логарифмували знайдені результати і розклали один з елементів отриманої CES-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що, по суті, відмінності між CES-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть у правій частині перетвореної ВФ (1):

$$\ln(Y/L) = C + D \ln L + E \ln(K/L) - M [\ln(K/L)]^2. \quad (9)$$

Тут  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $M$  – певні коефіцієнти, що виражаються через параметри досліджуваних ВФ. При цьому якщо  $p = 0$ , то  $M = 0$  і ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (1) до ВФ (3). Отже, перевірка статистичної надійності (значущості) коефіцієнта  $M$  у



моделі (9) за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента може служити об'єктивним підґрунтям для вибору конкретної математичної форми з двох розглянутих ВФ. Тут нульовою гіпотезою виступає  $H_0 : M = 0$  проти альтернативи  $H_a : M \neq 0$ .

Обговоримо тепер другу проблему – побудову ВФ (6), тобто оцінку невідомих коефіцієнтів, якщо вибрана саме  $CES$ -функція. М. Кубініва та ін., використовуючи підхід Кменті як інструмент знаходження первісної оцінки параметрів  $CES$ -функції, розробили найбільш вдалу процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік [15, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора *Excel*.

У результаті розрахунків дана програма видає на екран кількість здійснених ітерацій, шукані коефіцієнти  $A_0$ ,  $A_1$ , параметри  $\lambda$ ,  $\sigma$ , а також їх стандартні похибки, скоригований коефіцієнт детермінації  $R^2$ , суму квадратів регресійних залишків  $RSS$ , критерій Дарбіна-Уотсона  $DW$ . Важливий параметр  $CES$ -функції  $p$  знаходиться за оціненим значенням еластичності заміщення факторів  $\sigma$  на базі формули (2).

Проілюструємо вказану процедуру за даними статистичної звітності Миколаївського комбінату хлібопродуктів за 2007–2015 рр. (табл. 4).

У результаті логарифмування вихідних даних табл. 4 і побудови моделі (9) за допомогою редактора *Excel* (стандартна програма «Регресія») отримане таке значення  $t$ -статистики Стьюдента для коефіцієнта  $M$ : 0,10498;  $p$ -значення – 0,92047. Оскільки  $p$ -значення  $0,92 \gg 0,05$ , то нульова гіпотеза  $H_0 : M = 0$  не відхиляється. Щоб знайти її достовірність, необхідно розрахувати потужність  $t$ -критерію Стьюдента, яка за інших рівних умов сильно залежить від довжини ряду динаміки  $N$ . На коротких рядах, як у даній задачі ( $N = 9$ ), потужність критерію низька, і його використання часто приводить до виникнення помилки другого роду – невідхи-

лення  $H_0 : M = 0$ , коли справедлива альтернатива  $H_a : M \neq 0$ .

Таким чином, приходимо до висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку чистого доходу на досліджуваному підприємстві, будуть точніше змодельовані на базі ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) і лінійної функції (8), ніж за допомогою  $CES$ -функції (6). Розглянемо результати їх розрахунків за допомогою редактора *Excel* (стандартна програма «Регресія») після відсіву незначущих факторів. ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена представляється так:

$$Y = 0,00099e^{-0,19729t} L^{2,12938}. \quad (10)$$

Її логарифмічна частина статистично значуща (розрахункове значення  $F$ -критерію Фішера 50,797); коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0,944$ ; стандартна помилка – 0,18273.

Лінійна функція має вигляд:

$$Y - 31850,66791 = -10434,57512t + 12,10164068L. \quad (11)$$

Вона теж статистично значуща (розрахункове значення  $F$ -критерію Фішера 31,982); коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0,914$ ; стандартна помилка – 10958,87.

Звернемо увагу на той факт, що в обох ВФ (10), (11) відсутній фактор  $K$  – основні засоби: він був виключений у процесі моделювання як статистично незначущий. Це свідчить про те, що на Миколаївському комбінаті хлібопродуктів даний виробничий чинник практично не впливає на чистий дохід підприємства, тобто знаходиться у надлишку.

Проаналізуємо з економічних позицій математико-статистичні параметри отриманих адекватних моделей (10), (11). Коефіцієнт  $A_4$  лінійної функції показує, що за період за 2007–2015 рр. зростання оплати праці на 1 тис. грн. забезпечувало середній щорічний ріст чистого доходу підприємства на 12,1 тис. грн. А підвищення даного показника на 1% приводило до зростання чистого доходу в середньому на 2,13% (коефіцієнт  $\beta$  ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена). При цьому всі інші фактори, крім  $L$ , негативно впливали на зміну  $Y$ : середнє річне зниження чистого

Таблиця 4

**Вихідні дані для моделювання динаміки чистого доходу  
Миколаївського комбінату хлібопродуктів**

Рік	Чистий дохід (Y), тис. грн.	Основні засоби (K), тис. грн.	Оплата праці (L), тис. грн.	Час (t)	Фондоозбросність (K/L)	Продуктивність праці (Y/L)
2007	89916,3	47711,95	5690,4	1	8,38464	15,80140
2008	105834	43959,75	6700	2	6,56116	15,79612
2009	82258	41053	7165	3	5,72966	11,48053
2010	75004	40382	7150	4	5,64783	10,49007
2011	88918	39363	8947	5	4,39958	9,93830
2012	39634	38220,5	7391	6	5,17122	5,36247
2013	18482	36604,5	5263	7	6,95506	3,51169
2014	18984	34903	5340	8	6,53614	3,55506
2015	49163	33944	8419	9	4,03183	5,83953

Джерело: розраховано автором за даними сайту [www.smida.gov.ua](http://www.smida.gov.ua)

доходу Миколаївського комбінату хлібопродуктів за досліджуваний період становило 10 434,575 тис. грн. (коефіцієнт  $\lambda_1$  моделі (11)), або у відносному вираженні – майже 19,73% ((коефіцієнт  $\lambda_1$  моделі (10)).

**Висновки.** Оскільки результати економетричного моделювання, отримані на базі ВФ (10), (11), показали надлишковість основних засобів на Миколаївському комбінаті хлібопродуктів, то це вказує на те, що фактична фондоозброєність суттєво перевищує оптимальну. У даному разі можна констатувати надмірні витрати капіталу, який спрямований у виробничі фонди, порівняно з коштами на оплату праці. Тобто досліджуваному підприємству на основі ретельного вивчення сучасної кон'юнктури ринку борошномельної продукції слід запровадити один із таких заходів: 1) скоротити основні виробничі фонди шляхом ліквідації зайвого і незадіяного устаткування; 2) підвищити фонд оплати праці за рахунок залучення додаткових працівників, посилення їх матеріального стимулювання тощо.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Казакова М.В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста / М.В. Казакова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf>.
2. Янковий В.О. Виробнича функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2015. – № 58. – С. 228–234.
3. Готліб І.Г. Аналіз впливу витрат праці і капіталу на випуск хлібопекарської продукції за допомогою виробничої функції / І.Г. Готліб, В.О. Янковий // Зернові продукти і комбікорми. – 2006. – № 3. – С. 12–16.
4. Янковий В.О. Прогнозування зони беззбитковості інвестицій у хлібопекарську промисловість за допомогою виробничої функції / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2006. – № 22. – С. 410–414.
5. Янковий В.О. Моделювання галузевих факторів хлібопекарського виробництва / В.О. Янковий // Харчові технології – 2006 : тези доп. 2-ї Міжнар. наук.-практ. конф. – Одеса : ОНАХТ, 2006. – С. 170.
6. Янковий В.О. Виробнича функція як інструмент економічного аналізу хлібопекарських підприємств / В.О. Янковий // Наукові праці ОНАХТ. – Одеса : 2006. – Вип. 29. – Т. 2. – С. 308–313.
7. Янковий В.О. Модель беззбитковості інвестування в м'ясопереробну промисловість / В.О. Янковий // Економіка харчової промисловості. – 2010. – № 4(8). – С. 16–21.
8. Мороз О.В. Виробничі функції в економічних дослідженнях на мікрорівні / О.В. Мороз, Б.Є. Грабовецький, Ю.В. Міронова // Економічний простір. – 2010. – № 35. – С. 112–119.
9. Янковий О.Г. Зони беззбиткового інвестування в харчову промисловість України на основі виробничої функції / О.Г. Янковий, Н.В. Мельник, В.О. Янковий // Сучасна економіка. – К. : ДІПК, 2010. – Вип. 2. – С. 8–19.
10. Грабовецький Б.Є. Використання виробничих функцій в дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості / Б.Є. Грабовецький, Н.М. Тарасюк, О.В. Безсмертна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 32–36.
11. Янковий В.О. Оптимізація фондоозброєності на підприємствах харчової промисловості на основі виробничих функцій / В.О. Янковий, Н.В. Мельник // Економіка харчової промисловості. – 2016. – Т. 8. – Вип. 2. – С. 34–39.
12. Kmenta J. (1967). On Estimation of the CES Production Function // International Economic Review, vol. 8. – P. 180–189.
13. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден ; пер. с англ. С.А. Николаенко. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
14. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ; пер. с япон. под ред. М. Кубинива. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.