

УДК 369.04:519.863

Юрченко М.Є.

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри інформаційних систем в економіці
Чернігівського національного технологічного університету

ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНОЇ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ОБРОБКИ СТРАХОВИХ ВИПАДКІВ

CONSTRUCTION OF THE ASYMPTOTIC EVALUATION OF INSURANCE CLAIMS TREATMENT EFFECTIVENESS

АНОТАЦІЯ

У статті розглядається задача пошуку оцінки ефективності функціонування менеджменту страхової компанії. У динамічній постановці цієї проблеми для будь-якої страхової компанії особливий інтерес викликає середнє число заявлених, але не урегульованих до кінця року страхових випадків. Цю кількість можна розглядати як характеристику вищезгаданої ефективності. У роботі розглядається математичне сподівання річної кількості страхових випадків, за якими було звернення, але які не були врегульовані. Знайдено асимптотично незміщену оцінку кількості нерегульованих звернень. Показано, що вищезгадане математичне сподівання за фіксованої денної інтенсивності страхових звернень добре апроксимується лінійною функцією від часу на врегулювання збитків. Представлений підхід дає змогу провести оцінку діяльності компанії та обрати стратегію мінімізації ризиків.

Ключові слова: страхування, нерегульовані угоди, імовірність, розподіл Пуассона, збитки.

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается задача поиска оценки эффективности функционирования менеджмента страховой компании. В динамической постановке этой проблемы для любой страховой компании особый интерес представляет среднее число заявленных, но не урегулированных до конца года страховых случаев. Это количество можно рассматривать как характеристику вышеупомянутой эффективности. В работе рассматривается математическое ожидание годового количества страховых случаев, по которым были обращения, но которые не были урегулированы. Найдена асимптотически несмещенная оценка количества неурегулированных обращений. Показано, что вышеупомянутое математическое ожидание при фиксированной дневной интенсивности страховых обращений хорошо аппроксимируется линейной функцией от времени урегулирования убытков. Представленный подход позволяет произвести оценку деятельности компании и выбрать стратегию минимизации рисков.

Ключевые слова: страхование, неурегулированные договоры, вероятность, распределение Пуассона, убытки.

ANNOTATION

This article discusses the problem of searching for the evaluation of performance of the insurance company management. In case of the dynamic formulation of the problem, the average number of reported but not adjusted insurance cases is especially interesting for any insurance company. This value may be regarded as characteristic of the above-mentioned efficiency. The paper considers the expectation of the annual number of unadjusted insurance cases. An asymptotically unbiased estimate of the number of unadjusted appeals was found. It was shown that the expectation in case of a fixed daily rate of insurance appeals is well approximated by a linear function of the adjustment time. The presented approach allows assessing the company and choosing a strategy to minimize the risks.

Keywords: insurance, unadjusted contracts, probability, Poisson distribution, losses.

Постановка проблеми. Фінансова стійкість страхового сектору є важливою умовою для ста-

більного макроекономічного розвитку і добробуту суспільства в цілому. У зв'язку з цим проблема фінансової стабільності страхових компаній, представлених на українському ринку, сьогодні стала особливо актуальною. Вдосконалення методів оцінки ризику страхової компанії та коректне формування страхової премії визначає її рівень конкурентоспроможності.

Проблема забезпечення мінімізації ризиків страхової компанії є комплексною. Зокрема, страхові компанії часто стикаються з випадком, коли через значну кількість страхових звернень вони не спроможні вчасно врегулювати їх, що викликає серйозні збитки та суттєве навантаження на працівників компанії. Коректний підхід до розв'язання задачі пошуку кількості неурегульованих страхових випадків за даних умов є необхідною умовою для розробки ефективної математичної моделі роботи компанії та забезпечення її стійкого та динамічного функціонування.

Слід зазначити, що постановка цієї задачі з математичної точки зору має певні складнощі, пов'язані з тим, що кількість страхових випадків у рамках страхової угоди має ймовірнісний характер, тому під час розв'язання цієї задачі слід урахувувати цей випадковий аспект проблеми, що розглядається.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання необхідності пошуку нових моделей управління страховими ризиками в останній час отримали певне освітлення в літературі. Слід відзначити, що сьогодні внаслідок активного розвитку ризик-менеджменту все частіше з'являються роботи, присвячені різноманітним методам оцінки ймовірності настання страхового випадку. Серед них можна відзначити роботи А.Н. Ширяєва [1], А.В. Мельникова [2], Т. Мака [3]. Зокрема, у роботах [4; 5] показано, що якщо мати справу із великою однорідною групою угод, то можна говорити про величину втрат як про випадкову величину, яка має властивість стійкості. Авторами [6; 7] зроблено спробу структурувати випадкову величину, що описує індивідуальні втрати, а разом із цим було показано, що це неможливо зробити в низці випадків. Це обумовлено тим, що на частоту настання страхових випадків та на величину страхового відшкодування впливають

різні фактори, а страхові випадки відбуваються у випадкові моменти часу. На теперішній час найбільш повні результати отримано у припущенні, що кількість угод є великою, а ймовірність настання страхового випадку прямує до нуля. Але з практичної точки зору найбільш цікавою є динамічна модель, що описує динаміку настання страхових випадків у часі. Проте задачі такого роду ще недостатньо освітлено в літературі.

Виділення невирішених частин загальної проблеми. Для страхової компанії під час середньо- та довгострокового планування важливо розуміти, наскільки ефективною є фіксована інтенсивність урегулювання страхових справ. Показником, що характеризує цю ефективність, можна обрати математичне сподівання річної кількості страхових випадків, що є заявленими, але не врегульованими.

Мета статті. У динамічній постановці для будь-якої страхової компанії особливий інтерес представляє середнє число заявлених, але не врегульованих до кінця року страхових випадків. Метою цієї статті є знаходження її ефективної апроксимації.

Виклад основного матеріалу дослідження. У роботі [6, с. 137] статистично обґрунтовано той факт, що загальна кількість страхових випадків має біноміальний розподіл за таких умов:

- аналізується певний фіксований проміжок часу;
- кількість угод є фіксованою;
- за кожною угодою за проміжок часу, що розглядається, може статися лише один страховий випадок;
- ризики, пов'язані з угодами, є незалежними в тому сенсі, що настання чи ненастання страхового випадку по одній угоді не впливає на настання страхових випадків по інших угодах;
- угоди є однорідними в тому сенсі, що ймовірність настання страхового випадку для всіх угод фіксована та однакова;
- ми розглядаємо статистичну модель, тобто нас цікавитиме лише загальна кількість страхових випадків за проміжок часу, що розглядається, причому на моменти їх настання ми не зважатимемо.

Позначимо загальну кількість угод N , а ймовірність настання страхового випадку – \tilde{p} . Тоді якщо ξ – кількість страхових випадків, то

$$P(\xi = k) = C_N^k \tilde{p}^k (1 - \tilde{p})^{N-k}.$$

Якщо додатково припустити, що кількість угод є великою, а ймовірність настання страхового випадку – малою, то за граничною теоремою Пуассона можна вважати, що загальна кількість страхових випадків має пуассонівський розподіл із фіксованою інтенсивністю $\lambda = N\tilde{p}$.

Як мінімальний проміжок часу будемо обирати день та розглядатимемо період протягом одного року. Нехай T_n – момент надходження

n -ї заяви про настання страхового випадку. $\mu(t)$ – кількість страхових випадків, заявлених до часу $0 \leq t \leq 365$. Якщо позначити $q(t)$ – число страхових випадків, що є заявленими, але не врегульованими, то розподіл $q(t)$ може бути представленим у вигляді:

$$P(q(t) = m) = \sum_{n=m}^{+\infty} P(q(t) = m | \mu(t) = n) P(\mu(t) = n). \quad (1)$$

Оскільки страхова компанія отримує від страхувальника заяву про настання страхових випадків з інтенсивністю λ , то $\mu(t)$ має пуассонівський розподіл з параметром λt , тобто:

$$P(\mu(t) = n) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Якщо число подій n фіксоване для $n \in (0, t)$, то за умови, що $\mu(t) = n$, кожний окремий страховий випадок з n заявлених не буде врегульовано до моменту t незалежно від інших з ймовірністю $p = P(T > U)$, де U – рівномірно розподілена випадкова величина, T – час урегулювання. Якщо $\mu(t) = n$, то маємо:

$$P(q(t) = k | \mu(t) = n) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Для безумовного розподілу числа неурегульованих випадків маємо:

$$\begin{aligned} P(q(t) = k) &= \sum_{n=k}^{+\infty} C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} = \\ &= \sum_{n=k}^{+\infty} \frac{n!}{k! (n-k)!} p^k (1 - p)^{n-k} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} = \\ &= \sum_{n=k}^{+\infty} \frac{1}{k! (n-k)!} p^k (1 - p)^{n-k} (\lambda t)^n e^{-\lambda t}. \quad (3) \end{aligned}$$

Позначивши $j = n - k$, отримуємо:

$$\begin{aligned} P(q(t) = k) &= \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{1}{k! j!} p^k (1 - p)^j (\lambda t)^{j+k} e^{-\lambda t} = \\ &= \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{(\lambda t (1 - p))^j}{j!} = \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t} e^{\lambda t (1 - p)} = \\ &= \frac{(\lambda t p)^k}{k!} e^{-\lambda t p}. \quad (4) \end{aligned}$$

Як бачимо з (4), число неурегульованих випадків має розподіл Пуассона з параметром $\lambda t p$. При цьому ймовірність p можливо звести до більш простого вигляду:

$$p = P(T > U) = \int_0^t \frac{1}{t} P(T > u) du,$$

тому математичне сподівання $q(t)$:

$$M[q(t)] = \lambda \int_0^t P(T > u) du.$$

Легко бачити, що за великих t :

$$\begin{aligned} M[T] &= \int_0^{+\infty} u dP(T \leq u) = \\ &= \int_0^{+\infty} P(T > u) du \approx \int_0^t P(T > u) du \end{aligned}$$

а отже,

$$M[q(t)] \approx \lambda M[T].$$

Висновки. У припущенні, що кількість страхових випадків є великою, а ймовірність настання страхового випадку – малою, знайдено оцінку математичного сподівання кількості страхових випадків, що є не врегульованими до кінця року. У ході дослідження виявилось, що за фіксованої середньої інтенсивності страхових звернень математичне сподівання кількості неврегульованих страхових випадків добре апроксимується лінійною функцією від середнього часу врегулювання звернення.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики / А.Н. Ширяев. – Москва : Фазис, 1998. – 512 с.
2. Мельников А.В. Элементы страхового риск-менеджмента / А.В. Мельников, И.В. Бойков. – Москва : АФЦ, 2000. – 87 с.
3. Мак Т. Элементы страхового риск-менеджмента / Т. Мак. – Москва : Олимп Бизнес, 2012. – 411 с.
4. Ливиту К.Н. Пуассоновская модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом / К.Н. Ливиту, Л.Ю. Сухотина, И.Ю. Шифердекер // Вестник Томского государственного университета. – 2006. – № 19. – С. 302–312.
5. Радюк Л.Е. Теория вероятностей и случайных процессов / Л.Е. Радюк, А.Ф. Терпугов. – Москва : ЮФУ, 1988. – 174 с.
6. Юрченко М.Е. Модель некомерційних фондів соціального страхування з експоненційним розподілом витрат / М.Е. Юрченко, Н.А. Марченко. // Інвестиції: практика та досвід. – 2014. – № 21. – С. 136–138.
7. Юрченко М.Е. Модель оцінки ймовірності банкрутства підприємств у сучасних реаліях / М.Е. Юрченко, Н.А. Марченко // Ефективна економіка. – 2015 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.economy.nayka.com.ua>.